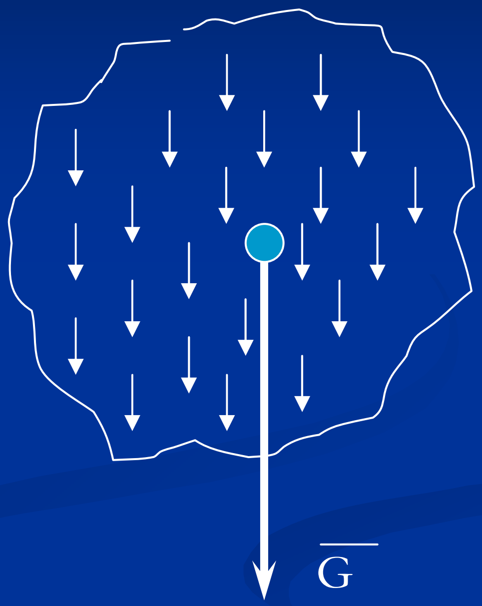
Capitolul 3
Caracteristici masice şi geometrice ale corpurilor

Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1 Centrul de greutate (centrul de masă)



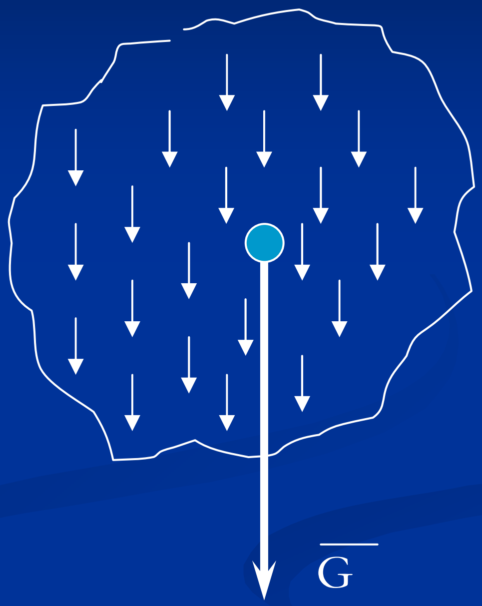
  - în forma discretă:

$$x_c = \frac{\sum G_i x_i}{\sum G_i};\ y_c = \frac{\sum G_i y_i}{\sum G_i};\ z_c = \frac{\sum G_i z_i}{\sum G_i}$$

$$G = mg \quad \Rightarrow \quad r_c = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} \quad \rightarrow \quad x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i};\ y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i};\ z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1 Centrul de greutate (centrul de masă)

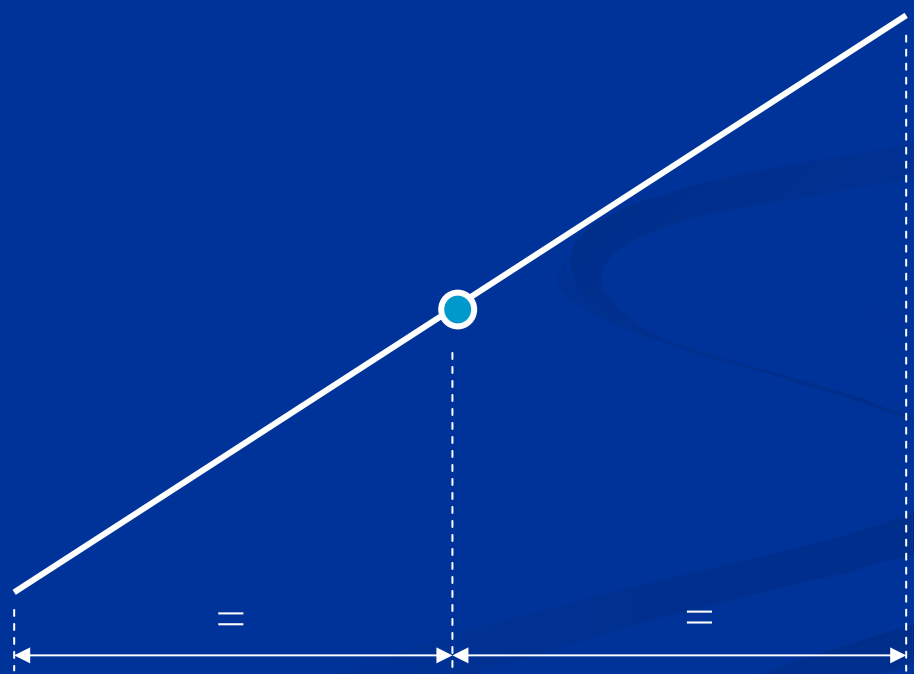


  - în forma continuă:

$$r_c = \frac{\int r dm}{\int dm} \quad \rightarrow \quad x_c = \frac{\int x dm}{\int dm};\ y_c = \frac{\int y dm}{\int dm};\ z_c = \frac{\int z dm}{\int dm}$$

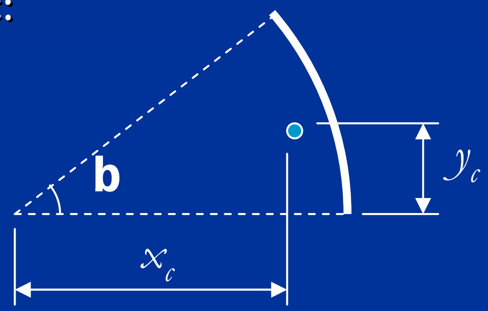
Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1.1 Centrul de greutate al unor linii
  - segmente drepte



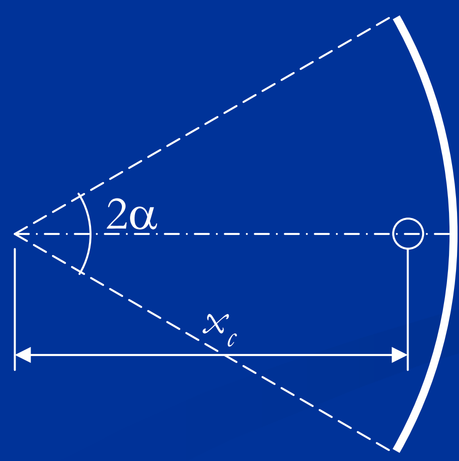
Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1.1 Centrul de greutate al unor linii
  - arce de cerc:



$$x_c = R\frac{\sin\beta}{\beta}$$

$$y_c = 2R\frac{\sin^2\beta/2}{\beta}$$



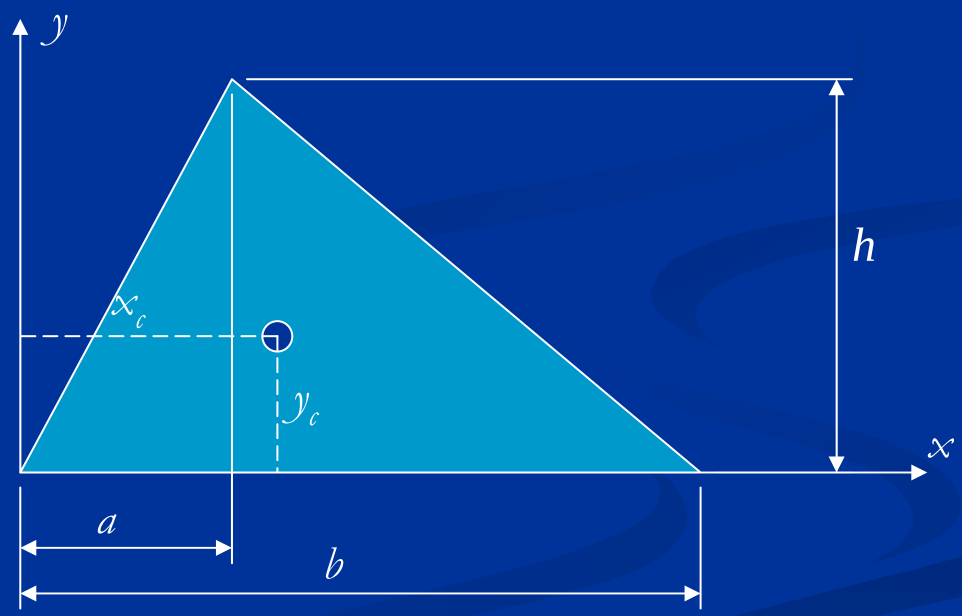
$$x_c = R\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1.2 Centrul de greutate al unor suprafeţe
  - triunghi

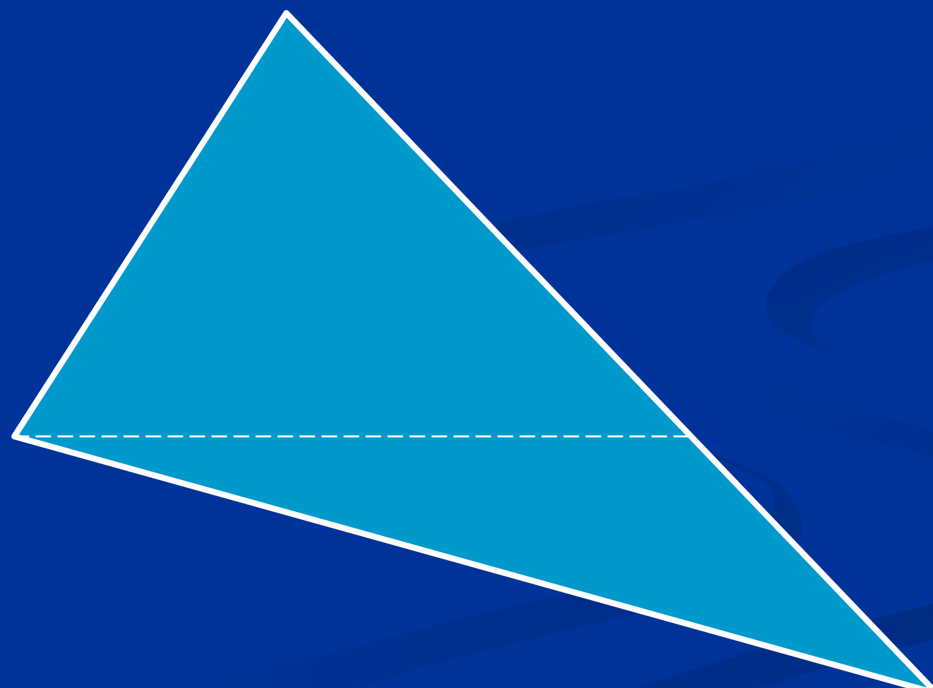
$$x_c = \frac{a+b}{3}$$

$$y_c = \frac{h}{3}$$



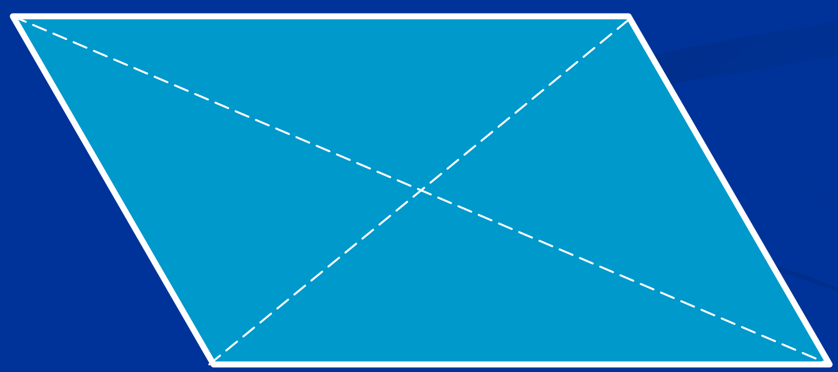
Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1.2 Centrul de greutate al unor suprafețe
  - triunghi



Caracteristici masice şi geometrice

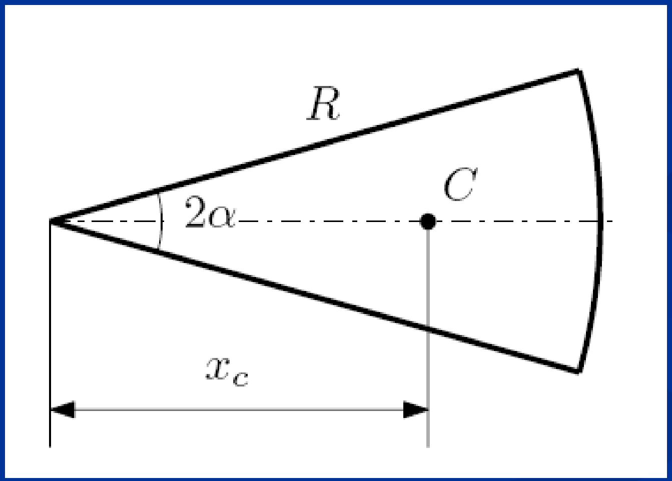
- 3.1.2 Centrul de greutate al unor suprafețe
  - paralelogram



Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1.2 Centrul de greutate al unor suprafeţe
  - sector de cerc

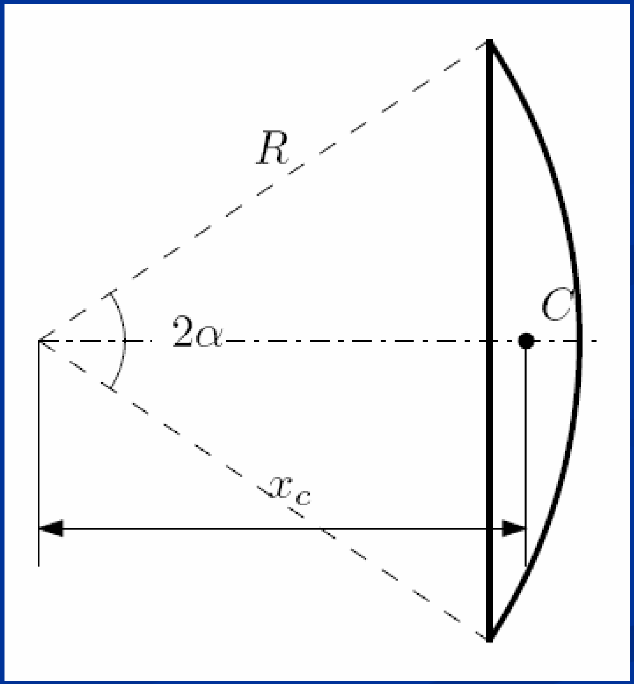
$$x_c = \frac{2}{3} R \, \frac{\sin\alpha}{\alpha}$$



Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1.2 Centrul de greutate al unor suprafețe
  - segment de cerc

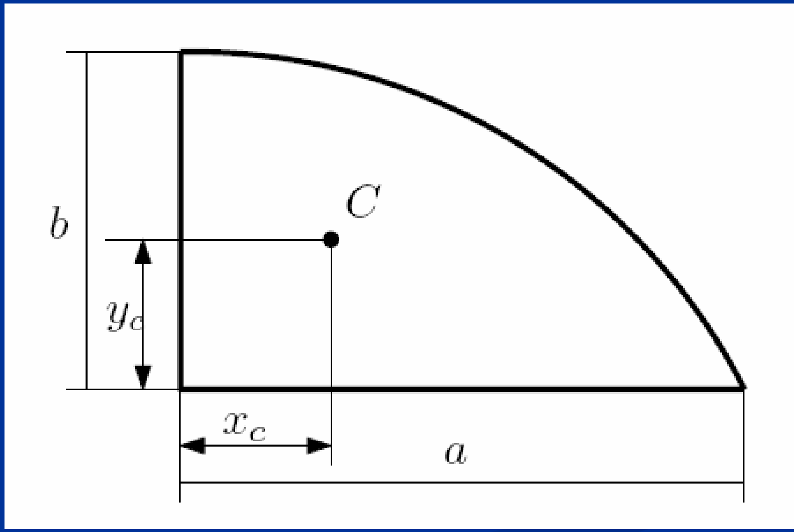
$$x_c = \frac{2}{3} R \, \frac{\sin^3 \alpha}{\alpha - \sin \alpha \cos \beta}$$



Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1.2 Centrul de greutate al unor suprafețe
  - sfert de elipsă

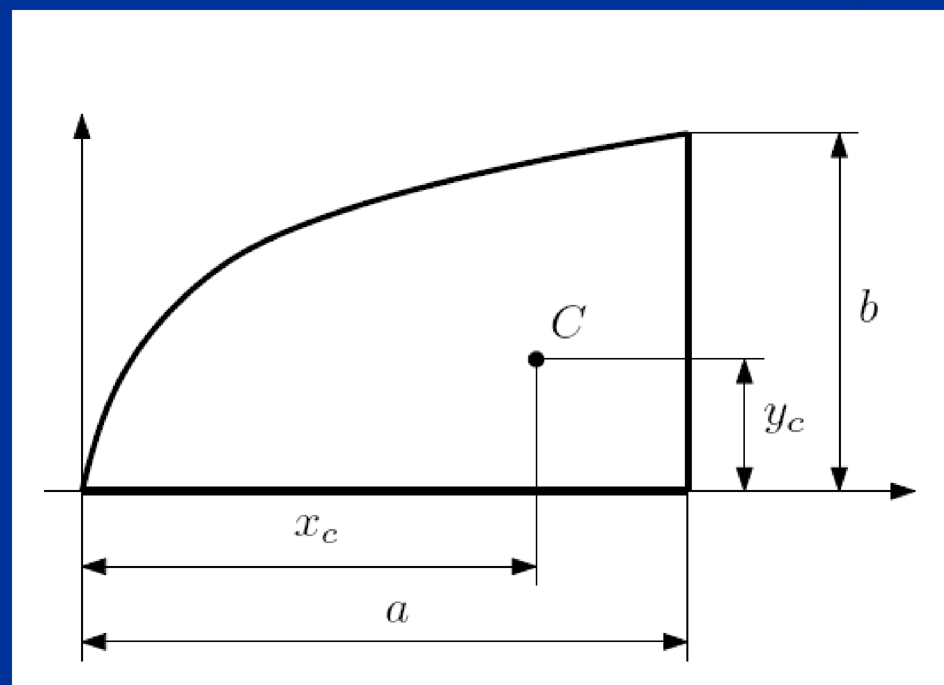
$$x_c = \frac{4a}{3\pi}$$
$$y_c = \frac{4b}{3\pi}$$



Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1.2 Centrul de greutate al unor suprafețe
  - segment parabolic

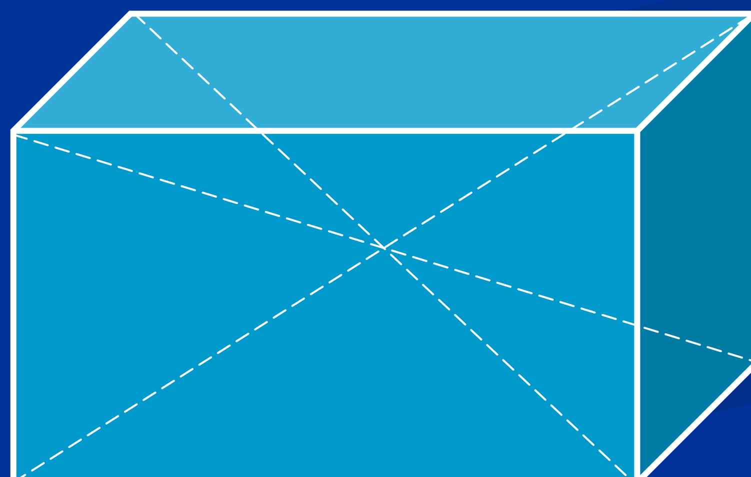
$$x_c = \frac{3}{5a}$$
$$y_c = \frac{3}{8b}$$



Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1.3 Centrul de greutate al unor corpuri solide
  - paralelipiped

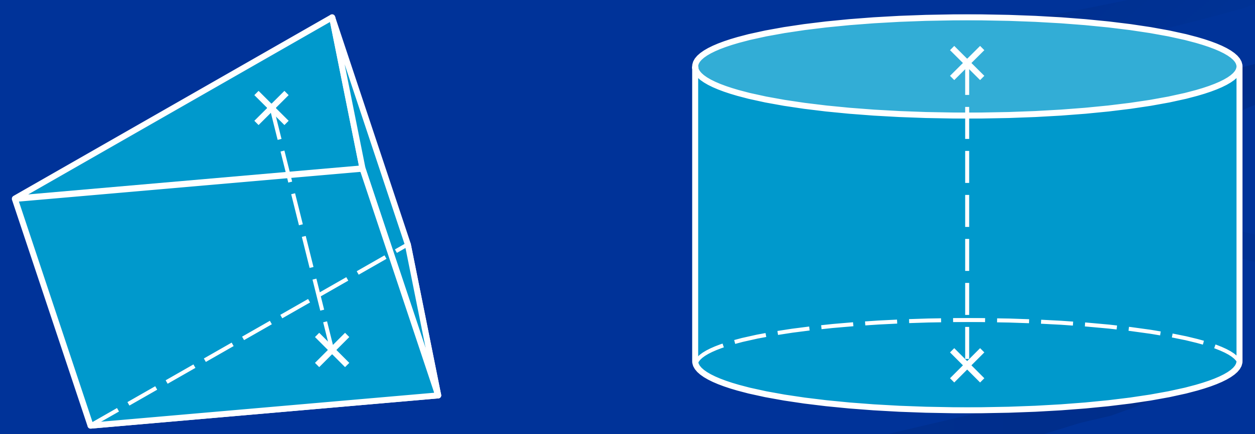
intersecţia diagonalelor



Caracteristici masice şi geometrice

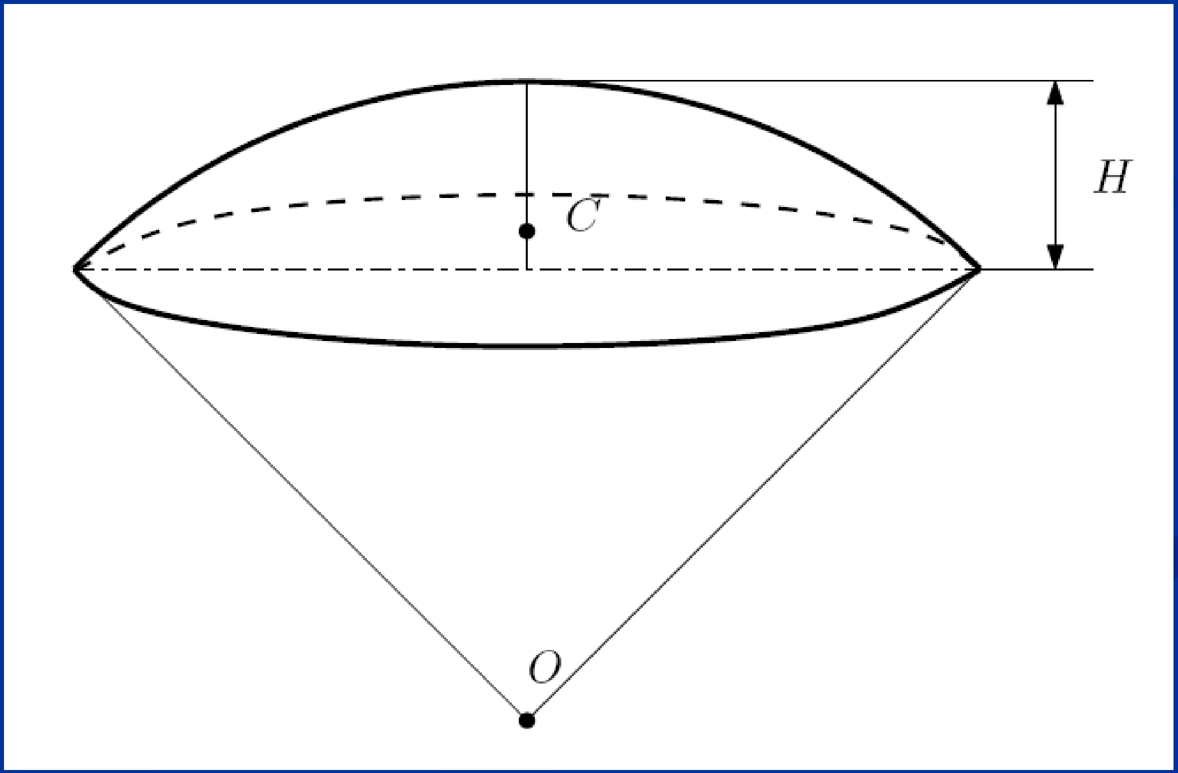
- 3.1.3 Centrul de greutate
  al unor corpuri solide
  - prisma şi cilindrul

mijlocul segmentului care uneşte
centrele de masă ale bazelor



Caracteristici masice şi geometrice

- 3.1.3 Centrul de greutate al unor corpuri solide
  - sgment de sferă de rază ***R*** şi înălţime ***H***



$$OC = \frac{3(2R-H)^2}{4(3R-H)}$$

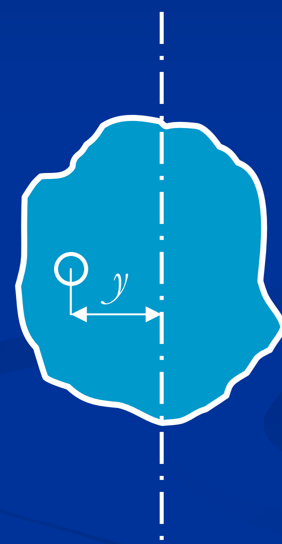
Caracteristici masice şi geometrice

- 3.2 Momente de inerţie
  - Momentul de inerţie al unui corp faţă de o axă

$$I = \sum m_i y_i^2$$

sau

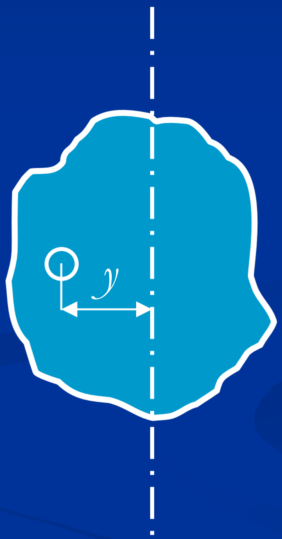
$$I = \int y^2 dm$$



Dacă notăm $I = k^2 m$ atunci k = raza de inerţie

Caracteristici masice şi geometrice

- 3.2 Momente de inerţie
  - Momentul de inerţie al unei suprafeţe faţă de o axă



$$I = \sum A_i y_i^2$$

sau

$$I = \int y^2 dA$$

Dacă notăm $I = k^2 A$ atunci k = raza de inerţie

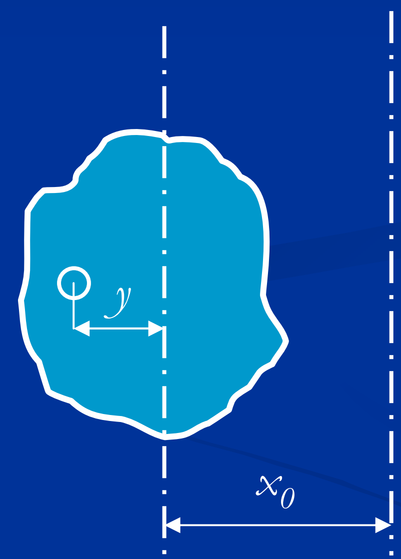
Caracteristici masice şi geometrice

- 3.2 Momente de inerţie

$$I = I_0 + x_0^2 A$$

sau

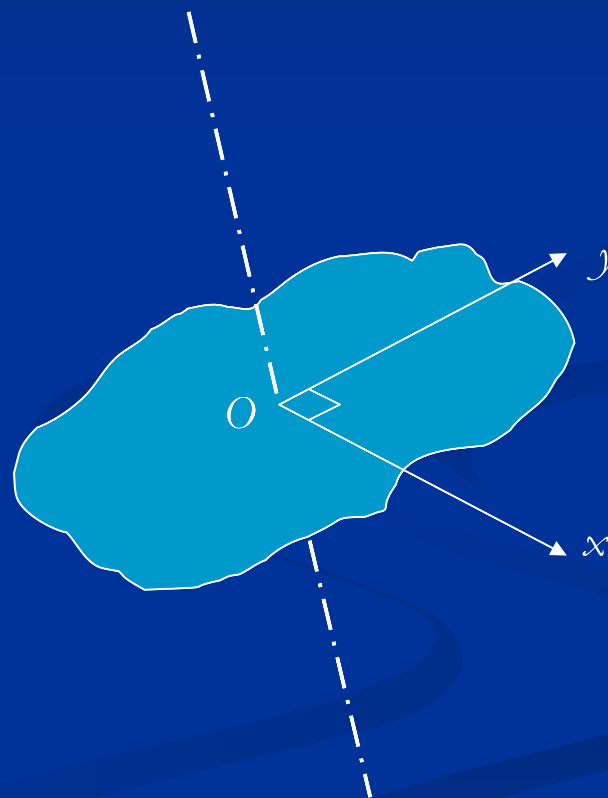
$$I = I_0 + x_0^2 m$$



Caracteristici masice şi geometrice

- 3.2 Momente de inerţie
  - Momentul de inerţie polar
    al unei suprafeţe faţă de o axă

$$I_p = I_x + I_y$$



Capitolul 4
Cinematica

Cinematica

- 4.1 Traiectoria mişcării, viteza şi acceleraţia
  - Raza vectoare $\bar{r} = \bar{r}(t)$
  - Viteza $v = dr / dt \quad sau \quad v = \dot{\bar{r}}$
  - Acceleraţia $a = dv / dt \quad sau \quad a = \dot{\bar{v}} = \ddot{\bar{r}}$

Cinematica

- 4.1 Traiectoria mişcării, viteza şi acceleraţia
  - Poziţia punctului în sistem cartezian: $r_x = x; \quad r_y = y; \quad r_z = z$
  - Coordonate cilindrice sau sferice: