

# **Méthodologie de calcul et de conception d'un REDUCTEUR d'engrenage cylindrique ou conique**

**GINA STOICA ( Université POLITEHNICA de Bucarest )  
BERNARD LEDUC (Université Libre de Bruxelles )**

2009

## *À mon professeur,*

Cet aide mémoire est le fruit d'une collaboration que j'ai réalisée avec le professeur Bernard LEDUC de l'Université LIBRE de Bruxelles et qui s'est déroulé pendant plusieurs mois. Le livre sur lequel s'est appuyé notre travail a le titre « Transmisii mecanice cu reductoare intr-o treapta » dont les auteurs sont Mihai MUSAT et Gina STOICA et qui a connu des adaptations et modifications successives depuis 1998, l'année de sa publication.

Le public immédiat auquel s'adresse cet aide mémoire est constitué par les étudiants de l'Université LIBRE de Bruxelles et ceux de l'Université « POLITEHNICA » de Bucarest, spécialisés en Génie Mécanique.

Tout d'abord, je tiens à remercier mon ancien collègue, M. Mihai MUSAT, qui a représenté pour moi un modèle de professeur et qui m'a donné l'opportunité de découvrir le domaine des éléments des machines. C'est toujours grâce à lui que j'ai réussi à découvrir les méthodes pédagogiques et la passion pour ce métier important – celui de professeur ! Merci, Professeur, d'avoir pris le temps de répondre à mes nombreuses questions.

Je suis également reconnaissante à M. Mihai MUSAT de s'être toujours soucié de ma compréhension quant aux problèmes abordés. Un grand merci encore à M. Mihai MUSAT pour sa gentillesse, sa disponibilité, son professionnalisme, son soutien pendant toutes les années de collaboration.

Je dédie ce travail à M. Mihai MUSAT.

Gina Florica STOICA

<b>Introduction</b> .....	
<b>SCHEMAS CINEMATIQUES DES TRANSMISSIONS MECANIQUES</b> .....	
<b>1. Calcul cinématique et énergétique</b> .....	
1.1. Choix du moteur électrique .....	
1.2. Calcul cinématique .....	
1.2.1 Détermination des rapports de transmission .....	
1.2.2. Calcul de la vitesse de rotation des arbres .....	
1.3. Calcul énergétique .....	
1.3.1. Calcul des puissances transmises par les arbres .....	
1.3.2. Calcul des moments de torsion transmis par les arbres .....	
<b>2. Dimensionnement préliminaire des arbres</b> .....	
<b>3. Calcul de la transmission par courroies trapézoïdales</b> .....	
<b>4. Dimensionnement préliminaire des engrenages</b> .....	
4.1. Choix des matériaux pour les roues dentées et des traitements thermiques ou thermo-chimiques .....	
4.2. Dimensionnement préliminaire des engrenages .....	
4.2.1. Dimensionnement préliminaire d'un engrenage cylindrique extérieur à denture hélicoïdale .....	
4.2.2. Pré-dimensionnement d'un engrenage conique à denture droite	
<b>5. Éléments géométriques des roues dentées</b> .....	
5.1. Éléments géométriques des roues cylindriques à denture hélicoïdale .	
5.2. Éléments géométriques des roues coniques à denture droite pour un engrenage orthogonal ( $\Sigma = 90^\circ$ ) .....	
<b>6. Calcul des forces dans les engrenages</b> .....	
6.1. Forces dans un engrenage cylindrique hélicoïdal .....	
6.2. Forces dans un engrenage conique à denture droite .....	
<b>7. Vérifications des engrenages</b> .....	
7.1. Vérification des conditions de taillage et d'engrenement .....	
7.1.1. Vérification du sous-taillage des dents .....	
7.1.2. Vérification de la continuité de l'engrenement .....	
7.1.3. Vérification des interférences des dents .....	
7.1.4. Vérification du jeu à la tête des dents .....	
7.1.5. Vérification de l'épaisseur des dents sur le cercle de tête .....	
7.2. Vérification de la résistance de la denture des roues dentées .....	

7.2.1. Verification de la sollicitation au pied de la dent .....	
7.2.1.1. Cas des engrenages cylindriques à denture Helicoidale .	
7.2.1.2. Cas des engrenages coniques a denture droite .....	
7.2.2.Verification de la resistance a la pression superficielle (verification au pitting) .....	
7.2.2.1. Cas des engrenages cylindriques à denture helicoidale	
7.2.2.2. Cas des engrenages coniques a denture droite .....	
<b>8. Dimensionnement des arbres .....</b>	
<b>9. Choix et verification des clavettes .....</b>	
<b>10. Calcul des reactions. Trace des diagrammes des moments flechissants et des moments de torsion .....</b>	
<b>11. Choix et verification des roulements .....</b>	
<b>12. Choix et verification des accouplements .....</b>	
12.1. Accouplement elastique a boulons .....	
12.2. Accouplements a flasques .....	
<b>13. Verification des arbres .....</b>	
<b>14. Choix du lubrifiant et du systeme de graissage des engrenages .....</b>	
<b>15. Elements energetiques des reducteurs a roues dentees .....</b>	
15.1. Calcul du rendement total du reducteur .....	
15.2. Calcul de la temperature de fonctionnement du reducteur .....	
<b>16. Elements constitutifs des reducteurs de tours a roues dentees cylindriques et coniques .....</b>	
16.1. Construction des roues dentees cylindriques et coniques .....	
16.2. Construction des carters .....	
<b>Bibliographie .....</b>	

# INTRODUCTION

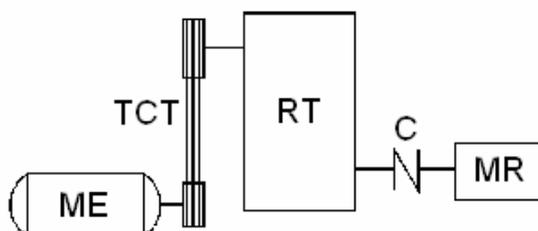
La formation de l'ingénieur mécanicien requiert la réalisation de projets mettant en oeuvre des organes de machine. Un tel projet comporte une phase de calcul et de dimensionnement suivi d'une phase de conception et de dessin.

Tout projet mécanique doit impérativement respecter des normes de secteur et valoriser les expériences antérieures. On se propose de réaliser un projet de transmission mécanique d'utilisation générale. Cette transmission est composée d'un réducteur à roues dentées cylindriques ou coniques, d'une transmission par courroies trapézoïdales et d'un accouplement.

Ce projet sera l'occasion pour l'étudiant d'illustrer par ce cas pratique une méthodologie de conception basée sur le calcul des organes des machines et de la normalisation. L'étudiant doit suivre les étapes successives du projet en se référant chaque fois que nécessaire aux annexes.

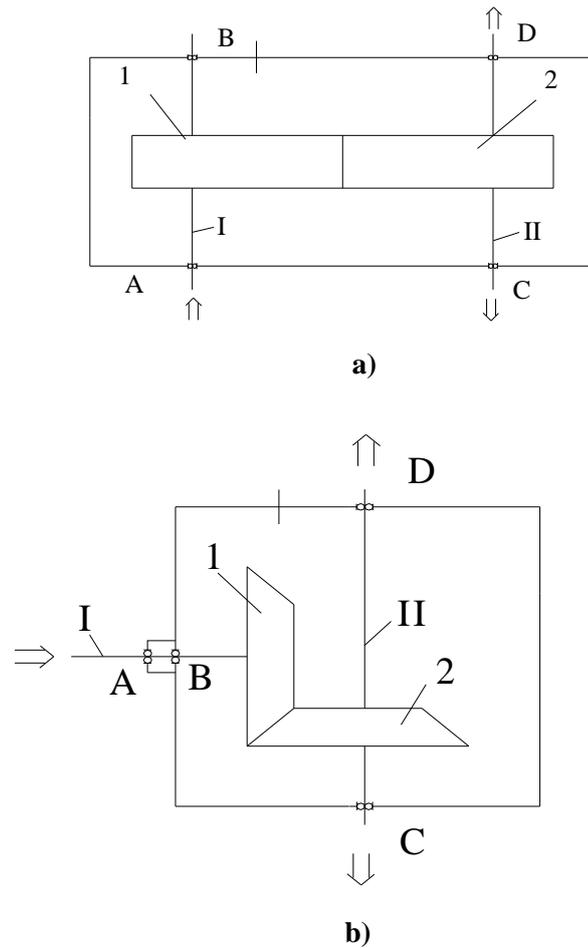
## SCHEMAS CINEMATIQUES DES TRANSMISSIONS MECANIQUES

Le schéma de principe d'une transmission mécanique à réducteur est indiqué sur la figure 1.



**Fig. 1.** Schéma de principe d'une transmission mécanique  
(ME - moteur électrique; TCT - transmission par des courroies trapézoïdales; RT - réducteur de vitesse à roues dentées; C – accouplement, MR- machine réceptrice)

En partant de ce schéma simple, on peut obtenir beaucoup de variantes qui diffèrent par le positionnement dans l'espace des éléments de la transmission, par le type des roues dentées (cylindriques, coniques) et leur disposition à l'intérieur du réducteur de vitesse, par le nombre d'étages de réduction dans le réducteur, par le type de couplage utilisé (accouplement élastique à boulons, accouplement rigide) etc.



**Fig. 2.** Schémas cinématiques des réducteurs de vitesse utilisant des roues dentées cylindriques ou coniques.  
 a) Réducteur à roues dentées cylindriques à denture hélicoïdale  
 b) Réducteur à roues dentées coniques à denture droite

Dans ces schémas, les arbres sont notés I et II (de l'entrée vers la sortie), les roues dentées sont notées 1 et 2, les paliers sont respectivement A et B pour l'arbre I d'entrée, C et D pour l'arbre II de sortie.

Les données initiales (grandeurs d'entrée) pour le calcul de la transmission mécanique sont: la vitesse de rotation de l'arbre de sortie du réducteur (entrée dans la machine réceptrice)  $n_{II}$  (en tr/min), la puissance de cet arbre  $P_{II}$  (en kW) et la vitesse de rotation à vide du moteur électrique d'entraînement (en tr/min). Parfois on impose également le rapport de réduction de la transmission par courroies  $i_{TCT}$ , ou l'intervalle de fonctionnement entre deux changements des roulements  $L_h$  (en heures).

# 1. CALCUL CINEMATIQUE ET ENERGETIQUE

## 1.1. CHOIX DU MOTEUR ELECTRIQUE

A partir des données initiales, on détermine la puissance et la vitesse de rotation du moteur d'entraînement. Les données géométriques résulteront des valeurs standardisées trouvées dans les catalogues des fabricants de moteurs électriques.

La puissance nécessaire au moteur,  $P_M$ , s'obtient en considérant la puissance à la sortie du réducteur,  $P_{II}$  et les pertes énergétiques des éléments composants la transmission, exprimées par leurs rendements:

$$P_M = \frac{P_{II}}{\eta_{tot}} = \frac{P_{II}}{\eta_{TCT} \cdot \eta_r^2 \cdot \eta_{a_{12}}} \quad (1.1)$$

Où:  $\eta_{tot}$  - est le rendement total de la transmission mécanique;

$\eta_{TCT}$  - est le rendement de la transmission par des courroies trapézoïdales;

$\eta_r$  - est le rendement d'une paire de roulements

$\eta_{a_{12}}$  - est le rendement de l'engrenage

Dans le tableau 1.1 on indique des ordres de grandeur des rendements de quelques couples de frottement présents dans une transmission mécanique.

Tableau 1.1 : Rendements de quelques couples de frottement

Couples de frottement	Rendement
Engrenage cylindrique	0,97 ..... 0,99
Transmission par courroies trapézoïdales	0,94 ..... 0,97
Paire de roulements	0,99 ... 0,995

Pour être du côté de la sécurité, il faut calculer la puissance nécessaire au moteur d'entraînement en utilisant les valeurs inférieures des intervalles mentionnés pour chacun des rendements. Connaissant la vitesse de rotation de marche à vide du moteur électrique, on choisit dans le catalogue des fabricants le moteur adéquat.

L'annexe 1 présente les principales caractéristiques fonctionnelles et dimensionnelles de quelques moteurs asynchrones.

La puissance qui sera utilisée dans les calculs ultérieurs,  $P_M$  sera celle déterminée conformément à la relation (1.1), et la vitesse de rotation sera une des valeurs de marche en charge,  $n_M$  prise des tableaux de l'annexe 1.

## 1.2. CALCUL CINEMATIQUE

### 1.2.1. Determination des rapports de transmission

Le rapport de transmission total de la transmission mécanique est:

$$i_{tot} = n_M / n_{II} \quad (1.2)$$

On peut écrire:

$$i_{tot} = i_{TCT} \cdot i_{1-2} \quad (1.3)$$

$$\text{C'est à dire } i_{1-2} = i_{tot} / i_{TCT} \quad (1.4)$$

Où  $i_{1-2}$  est le rapport de transmission du réducteur de vitesse

Pour un engrenage cylindrique, le rapport de transmission  $i_{1-2}$  recommandé se situe entre 2,5 et 6,3 (max. 10). Les valeurs nominales des rapports de transmission sont standardisées (v. le tableau 1.2)

Tableau 1.2 : Rapports de transmission nominaux

I	II	I	II	I	II
1,00	1,00	2,00	2,00	4,00	4,00
	1,12		2,24		4,50
1,25	1,25	2,50	2,50	5,00	5,00
	1,40		2,80		5,60
1,60	1,60	3,15	3,15	6,30	6,30
	1,80		3,55		7,10

I - Valeurs recommandés

II - Valeurs Admises

### 1.2.2. Calcul de la vitesse de rotation des arbres

En connaissant la vitesse de rotation en charge du moteur,  $n_M$  et les rapports de la transmission par courroies  $i_{TCT}$  et de l'engrenage  $i_{12}$ , on peut calculer la vitesse de rotation des arbres:

$$n_I = n_M / i_{TCT}; \quad n_{II} = n_I / i_{RT} \quad (1.5)$$

La valeur calculée de la vitesse de rotation de l'arbre de sortie du réducteur  $n_{II}$ , est différente de celle donnée dans l'énoncé du projet. Dans une étape ultérieure du calcul (choix final des nombres des dents pour les quatre roues dentées) on va imposer la condition que le rapport de transmission effectif du réducteur ne diffère pas de celui donné initialement par la relation (1.4), de plus de 3 %.

### 1.3. CALCUL ENERGETIQUE

#### 1.3.1. Calcul des puissances transmises par les arbres

En partant de la puissance de sortie du réducteur  $P_{II}$  (donnée initialement), on calcule les puissances reçues par chacun des arbres de la transmission:

- la puissance reçue par l'arbre I:

$$P_I = \frac{P_{II}}{\eta_r \eta_{a_{12}}} \quad (1.6)$$

- la puissance reçue par l'arbre du moteur:

$$P_M = \frac{P_I}{\eta_{TCT}} = \frac{P_{II}}{\eta_{TCT} \cdot \eta_{a_{12}} \cdot \eta_r^2} \quad (\text{cf.1.1})$$

#### 1.3.2. Calcul des moments de torsion transmis par les arbres

Si la puissance est introduite en kW et la vitesse de rotation en tr/min, le moment de torsion des arbres I et II est donné par la relation :

$$M_{t,I,II} = 955 \cdot 10^4 \cdot \frac{P_{I,II}}{n_{I,II}} \quad [Nmm] \quad (1.7)$$

## 2. DIMENSIONNEMENT PRELIMINAIRE DES ARBRES

Les arbres du réducteur sont sollicités en torsion et en flexion. Dans cette phase du projet, la flexion ne peut pas être prise en compte, parce qu'on ne connaît ni les forces qui chargent les arbres, ni les distances entre les appuis, ni la localisation des forces entre les appuis.

Donc, pour obtenir des valeurs indicatives des diamètres des arbres, on va faire leur dimensionnement préliminaire en torsion et pour tenir compte de l'existence de la flexion, on va travailler avec des valeurs admissibles  $\tau_{at}$  réduites (usuellement  $\tau_{at} = 10 \div 12 \text{ N/mm}^2$  pour les arbres I et II).

La relation de dimensionnement préliminaire est:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi\tau_{at}}} \quad (2.1)$$

Sur base des diamètres obtenus ( v. 2.1) les normes relatives aux dimensions des bouts d'arbres ( annexe 2) permet de fixer les diamètres nominaux et les longueurs.

Pour le bout de l'arbre II sur lequel on fait le montage de l'accouplement, il faut également consulter les données relatives soit à l'accouplement élastique à goupilles (Annexe 3) soit à l'accouplement rigide (Annexe 4) pour assurer la compatibilité.

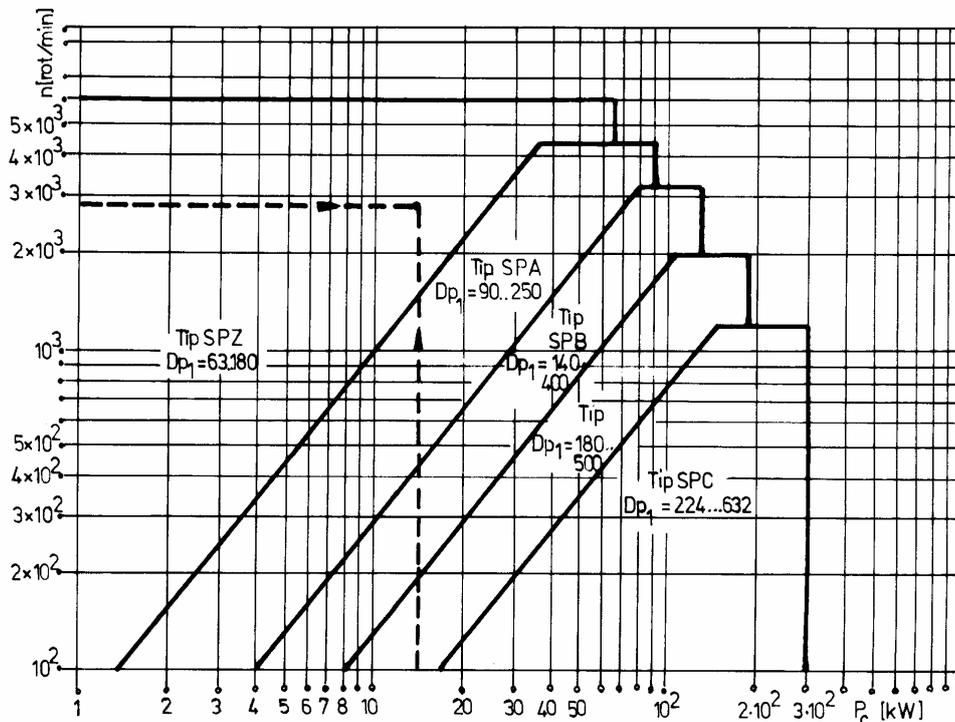
### 3. CALCUL DE LA TRANSMISSION PAR COURROIES TRAPEZOIDALES

Le calcul de la transmission par courroies trapézoïdales à arbres parallèles est standardisé. Les grandeurs d'entrée sont: la puissance à l'arbre du moteur d'entraînement  $P_c = P_M$  (kW), la vitesse de rotation  $n_M$  (tr/min), le rapport de la transmission par courroies  $i_{TCT}$ .

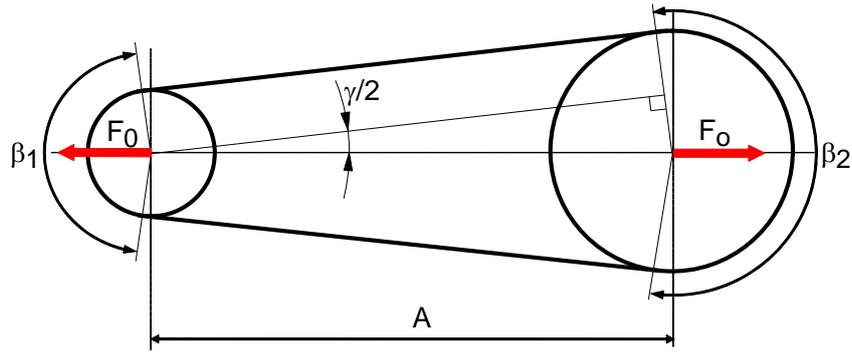
**Les étapes du calcul sont:**

**a – Le choix du type de la courroie** est fait sur base du nomogramme de la figure 3.1 pour les courroies trapézoïdales étroites, en fonction de la puissance à l'arbre moteur  $P_M$  et de la vitesse de rotation  $n_M$ .

Pour les profils de courroies situées sur les nomogrammes à la proximité des limites entre les domaines, on recommande de choisir le type de courroie se trouvant sous la ligne oblique. Dans le tableau 3.1 on a indiqué les éléments géométriques des sections des courroies et leurs longueurs à l'état libre.



**Fig. 3.1.** Nomogramme pour le choix des courroies trapézoïdales étroites



**Fig. 3.2.** Forces dans les courroies trapézoïdales étroites

**b – Le choix du diamètre de la poulie la plus petite  $D_{p_1}$**  est fait en fonction du type de courroie, en respectant les indications des normes. Le tableau 3.2 présente un extrait de cette norme.

**c – Le calcul du diamètre de la poulie la plus grande est fait avec la relation:**

$$D_{p_2} = i_{TCT} \cdot D_{p_1} \quad (3.1)$$

S'il n'y a pas de restrictions, on augmente les diamètres à la valeur la plus proche du tableau 3.2 .

**d – On choisit préliminairement la distance entre les axes A:**

$$0,7(D_{p_1} + D_{p_2}) \leq A \leq 2(D_{p_1} + D_{p_2}) \quad (3.2)$$

**e – L'angle entre les branches de la courroie:**

$$\gamma = 2 \arcsin \frac{D_{p_2} - D_{p_1}}{2A} \quad (3.3)$$

**f – L'angle d'enroulement sur la poulie la plus petite :**

$$\beta_1 = 180^\circ - \gamma \text{ et sur la poulie la plus grande } \beta_2 = 180^\circ + \gamma$$

**g – La longueur de la courroie a l'état libre:**

$$L_p = 2A \cos \frac{\gamma}{2} + \frac{\pi}{360} (\beta_1 \cdot D_{p_1} + \beta_2 \cdot D_{p_2}) \approx 2A + \frac{\pi(D_{p_1} + D_{p_2})}{2} + \frac{(D_{p_2} - D_{p_1})^2}{4A} \quad (3.4)$$

La longueur à l'état libre de la courroie est augmentée jusqu'à la valeur standardisée la plus proche (tableau 3.1).

Avec la valeur normalisée choisie pour  $L_p$ , on recalcule A en utilisant la relation (3.4) et  $\gamma, \beta_1, \beta_2$ .

**h – La vitesse périphérique de la courroie:**

$$v = \frac{\pi D_{p_1} \cdot n_M}{60000} \text{ (m/s)} \quad (3.5)$$

Tableau 3.1 : Courroies trapézoïdales. Dimensions et longueurs initiales

Type Courroie	Dimensions Caractéristiques de la section $l_p \times h$	a mm	$h \pm \delta h$ mm	$D_{max}$ mm	$\alpha$ degrés	Longueurs initiales $L_p$ mm		$D_{p\ min}$ mm	Section de la courroie $A_c$ cm <sup>2</sup>
						Minimum	Maximum		
SPZ	8,5x8,0	-	8±0,4	2,0	40±0,1	630	3550	71	0,54
SPA	11,0x10	-	10±0,5	2,8		800	4500	100	0,90
SPB	14,0x13	-	13±0,5	3,5		1250	8000	160	1,50
16x15	16,0x15	-	15±0,5	4,0		1600	10000	200	1,98
SPC	19,0x18	-	18±0,6	4,8		2000	12500	224	2,78

Longueurs initiales $L_p$ , mm	Préférées	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000
		2500	3150	4000	5000	6200	8000	10000	12500
	A éviter	450	560	710	900	1120	1400	1800	2240
		2800	3550	4500	5600	7100	9000	11200	-

Exemples de notation: SPA 2000; (courroie trapézoïdale étroite type SPA, ayant la longueur initiale  $L_p=2000$  mm).

Tableau 3.2 : Série des diamètres des poulies  $D_p$  (mm).

63	71	80	90	112	125	140	160	180	200	224	250	280	315	400
450	500	560	630	710	800	900	1120	1250	1400	1600	1800	2000	2500	

On recommande que la vitesse périphérique de la courroie trapézoïdale ne dépasse pas 30 m/s pour les courroies trapézoïdales étroites.

**i – Le nombre préliminaire de courroies est calculé avec la relation:**

$$z_0 = \frac{c_f \cdot P_c}{c_L \cdot c_\beta \cdot P_0} \quad (3.6)$$

où:

$c_L$  - coefficient de longueur qui est choisi dans le tableau 3.3 en fonction de la longueur de la courroie à l'état libre,  $L_p$ .

$c_f$  - coefficient de fonctionnement qui est choisi en fonction de la nature de la machine d'entraînement et de la machine entraînée ( $c_f = 1$ ).

$c_\beta$  - coefficient d'enroulement donné par la relation:

$$c_\beta = 1 - 0,003(180 - \beta_1)$$

$P_0$  - puissance nominale transmise par une courroie – choisie dans les tableaux de l'annexe 5 . Pour des valeurs intermédiaires des paramètres  $n_M$ ,  $D_{p1}$  et  $i_{TCT}$  on va utiliser l'interpolation linéaire.  
 $z_0$  - nombre préliminaire des courroies.

**Tableau 3.3 : Coefficient de longueur  $C_L$**

Longueur primitive de la courroie $L_p$ [mm]	Type de courroie			
	SPZ	SPA	SPB	SPC
400				
450				
500				
560				
630	0,82			
710	0,84			
800	0,86	0,81		
900	0,88	0,83		
1000	0,9	0,85		
1120	0,93	0,87		
1250	0,94	0,89	0,82	
1400	0,96	0,91	0,84	
1600	1,00	0,93	0,86	
1700	1,01	0,94	0,87	
1800	1,01	0,95	0,88	
2000	1,02	0,96	0,90	
2240	1,05	0,98	0,92	0,82
2500	1,07	1,00	0,94	0,86
2800	1,09	1,02	0,96	0,88
3150	1,11	1,04	0,98	0,90
3550	1,13	1,06	1,00	0,92
3750	-	1,07	1,01	0,93
4000	-	1,08	1,02	0,94

Le nombre final de courroies:

$$z = \frac{z_0}{c_z}$$

où  $c_z$  est le coefficient du nombre de courroies donné dans le tableau 3.4.

Le nombre résultant  $z$  est arrondi jusqu'à une valeur entière. On recommande  $z \leq 6$ .

**Tableau 3.4 : Coefficient du nombre de courroies  $c_z$**

Nombre de courroies $z_0$	$c_z$
2...3	0,95
4...6	0,90
plus de 6	0,85

**j – La fréquence des changements de direction des courroies** se calcule avec la relation:

$$f = 10^3 \cdot x \cdot \frac{v}{L_p} \quad (\text{Hz}) \quad (3.7)$$

où:

$x$  – nombre de poulies ( $x=2$ )

$v$  – vitesse périphérique de la courroie, en m/s.

$L_p$  - longueur à l'état libre de la courroie (valeur normalisée choisie), en mm.

On recommande d'éviter de dépasser, pour la fréquence des changements de direction, 40 Hz pour les courroies tissées, et 80 Hz pour les courroies à fil central.

**k – La force périphérique transmise:**

$$F = 10^3 \cdot \frac{P_c}{v} \quad (\text{N}) \quad (3.8)$$

**La force qui sollicite l'appui des arbres  $F_0$  est :**

$$F_0 = (1,5 \dots 2)F \quad (\text{N}) \quad (3.9)$$

## 4. DIMENSIONNEMENT PRELIMINAIRE DES ENGRENAGES

### 4.1. CHOIX DES MATERIAUX POUR LES ROUES DENTÉES ET DES TRAITEMENTS THERMIQUES OU THERMOCHIMIQUES.

Les roues dentées cylindriques (à denture droite ou hélicoïdale) et coniques qui sont utilisées pour les réducteurs sont des organes de machines fortement sollicités. Les principales sollicitations (pour lesquelles on réalise le calcul de résistance) sont la flexion au pied de la dent (effort unitaire,  $\sigma_F$ ) et la pression hertzienne au contact des flancs (effort unitaire,  $\sigma_H$ ). Ces deux sollicitations varient périodiquement dans le temps. Par conséquent, pour le dimensionnement des engrenages, on doit connaître les caractéristiques mécaniques générales des matériaux utilisés (la limite de rupture, la limite d'élasticité, la dureté, etc.) et les valeurs de la résistance à la fatigue pour les sollicitations susmentionnées ( $\sigma_{F\text{lim}}$  et  $\sigma_{H\text{lim}}$ ). Les valeurs des résistances sont déterminées par des essais effectués sur des éprouvettes (roues dentées) au moyen de bancs d'essais spécialisés.

Les roues dentées utilisées dans la construction des machines peuvent être réalisées en aciers laminés, forgés ou coulés mais aussi en fonte, en alliages non ferreux (laiton, cuivre, alliages d'aluminium, etc.) et quelques fois même en plastique. On utilise usuellement les aciers laminés ou forgés pour la construction des roues dentées cylindriques et coniques des réducteurs de vitesse qui doivent transmettre une puissance significative.

Les aciers utilisés pour la construction des roues dentées peuvent être divisés en deux groupes, en fonction du traitement thermique ou thermochimique qu'ils subissent:

- aciers améliorés ou normalisés pour lesquels la dureté Brinell du flanc de la dent après le traitement est inférieure à  $3500 \text{ N/mm}^2$ ;
- aciers durcis ayant subi des traitements thermiques (trempe après chauffage à la flamme) ou thermochimiques (cémentation, nitruration). Leur dureté Brinell après le traitement est supérieure à  $3500 \text{ N/mm}^2$ .

Le tableau 4.1 présente les principales sortes d'aciers utilisés pour l'exécution des roues dentées cylindriques et coniques des réducteurs de vitesse ainsi que les caractéristiques mécaniques nécessaires pour le dimensionnement des engrenages.

## 4.2. DIMENSIONNEMENT PRELIMINAIRE DES ENGRENAGES

### 4.2.1. Dimensionnement préliminaire d'un engrenage cylindrique extérieur à denture hélicoïdale

Lors du dimensionnement préliminaire d'un engrenage cylindrique à denture hélicoïdale, on détermine l'entraxe  $a$ , le module normal  $m_n$ , l'angle d'hélice de la denture  $\beta$ , les nombres de dents des deux roues et les déports des dentures des roues dans le cas des roues à denture corrigée.

Les étapes du calcul sont:

#### a – Détermination de l'entraxe $a$ .

En utilisant la relation de calcul de la sollicitation hertzienne (pitting) pour le dimensionnement, on obtient la distance minimale entre les axes conformément à la relation:

$$a \geq (1+u) \sqrt[3]{\frac{K_A K_V K_{H\beta} M_{t_{\text{pignon}}}}{2u \Psi_a} \cdot \left( \frac{Z_M Z_H Z_\varepsilon}{\frac{\sigma_{H_{\text{lim}}}}{S_H} \cdot K_{HN} Z_R Z_W} \right)^2} \quad (4.1)$$

Où:  $u = \frac{z_{\text{grand}}}{z_{\text{petit}}}$  - rapport des nombres de dents ( $u > 1$ ).

Pour les engrenages réducteurs  $u = i_{1-2}$  (rapport de transmission).

$K_A$  - facteur de la charge dynamique extérieure. Il dépend de la nature du moteur et du récepteur.  $K_A = 1$  pour les réducteurs d'utilisation générale.

$K_V$  - facteur dynamique intérieur. On prend  $K_V = 1,1$  pour le dimensionnement préliminaire.

$K_{H\beta}$  - facteur de la répartition longitudinale de la charge pour la sollicitation hertzienne.

On prend  $K_{H\beta} = 1,15$  pour le dimensionnement préliminaire.

$M_{t_{\text{pignon}}}$  - moment de torsion à l'arbre du pignon.  $M_{t_{\text{pignon}}} \equiv M_{t_1}$

$\Psi_a$  - coefficient de largeur défini par  $\Psi_a = \frac{b}{a}$  où  $b$  est la largeur de la roue dentée. Il est

choisi dans l'annexe 6.

$$Z_M - \text{facteur de matériau. } Z_M = \sqrt{0,35E} \text{ où } \frac{1}{E} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)$$

avec  $E_1, E_2, E$  étant respectivement le module d'élasticité longitudinal de la roue 1 ( $E_1$ ), le module d'élasticité longitudinal de la roue 2 ( $E_2$ ), le module d'élasticité équivalent ( $E$ ).

Pour des engrenages composés de roues en acier,  $Z_M = 271\sqrt{N/mm^2}$ .

$Z_H$  – facteur du point de roulement.  $Z_H = 1,77$  au dimensionnement préliminaire.

$Z_\varepsilon$  – facteur de la longueur de contact. Pour le pré dimensionnement  $Z_\varepsilon = 1$ .

$\sigma_{H \text{ lim}}$  – effort unitaire limite à la sollicitation hertzienne, dépend de la nature du matériau du pignon et du traitement thermique ou thermo-chimique appliqué (tableau 4.1).

$S_H$  – facteur de sûreté par rapport à la sollicitation hertzienne. On utilise la valeur minimale  $S_H = 1,25$  pour le dimensionnement préliminaire.

$K_{HN}$  – facteur du nombre de cycles de sollicitation pour la sollicitation hertzienne.

$K_{HN} = 1$  dans le cas des engrenages ayant une durée de fonctionnement illimité.

$Z_R$  – facteur de rugosité.  $Z_R = 1$  pour le dimensionnement préliminaire.

$Z_w$  – facteur du rapport de la dureté des flancs. La valeur utilisée pour le dimensionnement préliminaire est  $Z_w = 1$ .

La valeur de la distance entre les axes donnée par la relation (4.1) est normalisée. L'annexe 8 est un extrait de la norme. En principe, on choisit la valeur normalisée supérieure à celle calculée, mais si la valeur calculée dépasse de moins de 5% une valeur normalisée, on choisit plutôt cette dernière.

## b - Détermination du module normal des roues dentées $m_n$

La valeur minimale nécessaire du module normal de la denture des roues découle de la condition de résistance à la fatigue au pied de la dent. On utilise la relation suivante:

$$m_n \geq \frac{M_{t \text{ pignon}} (1+u) K_A K_V K_{F\alpha} K_{F\beta} Y_F Y_\beta}{\Psi_a \cdot a^2 \cdot \frac{\sigma_{F \text{ lim}}}{S_F} \cdot K_{FN} Y_s Y_{Fx}} \quad (4.2)$$

Où

$M_{t \text{ pignon}}$  - moment de torsion à l'arbre du pignon ;  $M_{t \text{ pignon}} \equiv M_{t_1}$ .

$K_{F\alpha}$  – facteur de répartition frontale de la charge. Sa valeur préliminaire est  $K_{F\alpha} = 1$ .

$K_{F\beta}$  – facteur de répartition longitudinale de la charge pour la sollicitation au pied de la dent.  $K_{F\beta} = 1,15$  pour le dimensionnement préliminaire.

$Y_F$  – facteur de forme. On prend de manière approximative  $Y_F = 2,25$  pour le dimensionnement préliminaire.

$Y_\beta$  – facteur de l'angle d'hélice .  $Y_\beta = 1$  pour le dimensionnement préliminaire.

$a$  – entraxe ou distance entre les axes des roues. On utilise la valeur normalisé choisie au point **a**.

$\sigma_{F \text{ lim}}$  – effort unitaire limite (tension) pour la sollicitation à la fatigue au pied de la dent, c'est une caractéristique du matériau du pignon (cf. tableau 4.1).

$S_F$  – facteur de sûreté pour la sollicitation au pied de la dent. On utilise la valeur minimale  $S_F = 1,5$  pour le dimensionnement préliminaire.

$K_{FN}$  – facteur du nombre de cycles de sollicitation au pied de la dent. On prend  $K_{FN} = 1$  pour une durée illimitée de fonctionnement des engrenages.

$Y_S$  – facteur de concentration des contraintes.  $Y_S = 1$  pour le dimensionnement préliminaire.

$Y_{Fx}$  – facteur dimensionnel. Sa valeur préliminaire est  $Y_{Fx} = 1$ .

Les valeurs des autres facteurs ( $\Psi_a, K_A, K_V$ ) seront les mêmes que celles utilisées au point précédent (point a).

La valeur calculée pour le module normal  $m_n$  est également normalisée (annexe 7). Si la valeur calculée  $m_n$  est inférieure à 1 mm, on prend  $m_n = 1$  mm. En principe, on choisit dans les normes la valeur immédiatement supérieure à la valeur calculée du module normal. On peut utiliser aussi la valeur normalisée immédiatement inférieure à celle calculée si la différence entre les deux est inférieure à 5% de la valeur normalisée.

### **c – Etablissement de l'angle d'hélice $\beta$ .**

On recommande le choix d'une valeur de l'angle d'hélice  $\beta$  (exprimée en degrés) comprise dans l'intervalle  $[8^\circ; 20^\circ]$ . Pour réduire le nombre de manipulations lors de l'usinage de ces engrenages, on recommande l'utilisation des valeurs suivantes:

-  $\beta = 15^\circ$  ( $12^\circ$ ) – pour des roues dentées exécutées en aciers améliorés ou en aciers normalisés (ayant la dureté Brinell du flanc  $< 3500 \text{ N/mm}^2$ ).

-  $\beta = 10^\circ$  – pour des roues dentées exécutées en aciers durcis superficiellement (HB flanc  $\geq 3500 \text{ N/mm}^2$ ).

### **d – Etablissement du nombre de dents du pignon $z_1$ .**

On calcule le nombre maximum de dents du pignon en utilisant les valeurs de l'entraxe et du module normal déterminés aux points **a** et **b**:

$$z_{1\max} = \frac{2a \cos \beta}{m_n(1+u)} \quad (4.3)$$

On choisit un nombre de dents du pignon  $z_1$  satisfaisant aux conditions suivantes:

- $z_1$  doit être un nombre entier inférieur à  $z_{1\max}$  calculé avec la relation (4.3).
- $z_1 \geq 14$ ; si cette condition n'est pas satisfaite, on augmente l'entraxe à la valeur normalisée immédiatement supérieure à celle choisie précédemment et on recalcule  $m_n$  et  $z_{1\max}$ .
- si  $z_1 \in [14; 17]$  on choisit un déport positif de la denture pour éviter l'interférence de taillage.
- si le nombre de dents du pignon  $z_{1\max}$  calculé est grand ( $z_{1\max} > 24, \dots, 50(80)$ ), on utilise un nombre de dents  $z_1$  plus petit afin d'avoir une précision d'exécution:  $z_1 \approx z_{1\max}$  si  $z_{1\max} \leq 25$ .

**e – Choix final du module normal  $m_n$  de la denture et des nombres de dents du pignon ( $z_1$ ) et de la roue ( $z_2$ )**

On recalcule le module normal  $m_n$  avec la relation:

$$m_n = \frac{2a \cos \beta}{z_1(1+u)} \quad (4.4)$$

La valeur donnée par la relation (4.4) est re normalisée ( cf. point **b**).

On recalcule  $z_1 = \frac{2a \cos \beta}{m_n(1+u)}$

La valeur de  $z_1$  sera la valeur entière immédiatement inférieure à la valeur calculée. On calcule  $z_2 = i_{1-2} \cdot z_1$  et on choisit  $z_2 \in N$ . On recommande que  $z_2$  ne soit pas divisible par  $z_1$  (si possible prendre  $z_1$  et  $z_2$  premiers entre eux). Cette condition est satisfaite usuellement par l'addition ou la suppression d'une dent à la roue.

**f - Calcul du rapport de transmission effectif de l'engrenage:**

$$i_{ef} = \frac{z_2}{z_1} \quad (4.5)$$

Après le dimensionnement préliminaire de l'engrenage, une vérification du rapport de transmission effectif du réducteur  $i_{1-2}$  s'impose :

$$i_{ef} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \quad (4.6)$$

Il faut que l'écart entre celui-ci et la valeur donnée initialement dans l'énoncé du projet  $i_{RT}$  (cf. point 1.2) ne dépasse pas 3% :

$$\Delta_i = \frac{|i_{ef} - i_{1-2}|}{i_{1-2}} \cdot 100\% \leq 3\% \quad (4.7)$$

Si la condition n'est pas remplie, on modifie le nombre de dents de la roue choisi au point e.

### g. - Calcul du déport de la denture

Le déport de la denture des roues cylindriques a des avantages comme: l'augmentation de la puissance transmise, l'absence d'interférence de taillage, l'accroissement du rapport de transmission. De plus, le déport de la denture permet de choisir la distance de référence entre les axes  $a_0$  (correspondant à l'engrenage réalisé par des roues à denture non déportée) égale à une valeur standardisée. D'habitude on utilise le déport positif (coefficient de déport  $x > 0$ ), ce qui implique la croissance de la largeur de la base de la dent (et implicitement la croissance de la résistance à la flexion de la dent).

Pour déterminer les valeurs des coefficients de déport du profil des deux roues, on doit parcourir les étapes suivantes (le calcul sera fait avec une précision de cinq décimales):

- on calcule la distance de référence entre les axes:

$$a_0 = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} \quad (4.8)$$

$a_0$  doit satisfaire aux conditions suivantes:

- $a_0 \leq a_{NORME}$  choisi au point a pour avoir un déport positif de la denture.
- $a_{NORME} - a_0 \in (0,4m_n ; 1,3m_n)$  pour que le déport positif produise ses effets bénéfiques et que la diminution de l'épaisseur de la tête de la dent ne soit pas exagérée.

Si ces conditions ne sont pas satisfaites, on modifie soit le nombre de dents de la roue  $z_2$  soit le module normal normalisé choisi (on reprend le calcul du point c).

- on calcule l'angle de pression sur le cylindre primitif sur le plan frontal  $\alpha_t$

$$\alpha_t = \arctg\left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta}\right) \quad (4.9)$$

Où  $\alpha_n$  est l'angle de pression sur le cylindre primitif sur le plan normal.

$$\alpha_n = \alpha_0 = 20^\circ \text{ (}\alpha_0 \text{ – angle du profil de référence).}$$

- on calcule l'angle d'engrènement sur le plan frontal  $\alpha_{wt}$  (angle de pression sur le cylindre de roulement en plan frontal):

$$\alpha_{wt} = \arccos\left(\frac{a_0}{a_{NORME}} \cdot \cos \alpha_t\right) \quad (4.10)$$

- on calcule la somme des déports des deux roues:

$$x_s = x_1 + x_2 = (z_1 + z_2) \cdot \frac{\text{inv} \alpha_{wt} - \text{inv} \alpha_t}{2 \text{tg} \alpha_n} \quad (4.11)$$

où 
$$\text{inv} \alpha = \text{tg} \alpha - \frac{\pi}{180} \alpha^\circ \quad (4.12)$$

La répartition des déports du profil sur les deux roues est faite à l'aide du diagramme de l'annexe 9. La procédure est la suivante : on porte en ordonné  $\frac{x_s}{2}$  et en abscisse  $\frac{z_1 + z_2}{2}$ . Le point obtenu se situe généralement entre deux lignes  $R_i$  et  $R_{i+1}$ . Le prolongement des lignes  $R_i$   $R_{i+1}$  permet d'obtenir l'origine O du diagramme. En joignant l'origine O et le point considéré, on obtient une droite sur laquelle l'abscisse  $z_1$  fixe le déport  $x_1$ . On calcule ensuite  $x_2$  avec la relation :

$$x_2 = x_s - x_1 = (x_1 + x_2) - x_1 \quad (4.13)$$

#### 4.2.2. Pré-dimensionnement d'un engrenage conique a denture droite

Lors du dimensionnement préliminaire d'un engrenage cylindrique à denture hélicoïdale, on détermine la distance entre les axes des roues ou entraxe  $a$ , le module normal  $m_n$ , l'angle d'hélice de la denture  $\beta$ , le nombre de dents de la roue et du pignon ainsi que les déports des dentures des roues (dans le cas des roues à denture modifiée).

Par contre, lors du dimensionnement préliminaire de l'engrenage conique, on détermine le diamètre primitif du pignon ( $d_1$ ), le module normal  $m_n$  sur le cône frontal extérieur et le nombre de dent du pignon et de la roue ( $z_1, z_2$ ).

On va étudier le cas des roues coniques à denture droite non déportée .

Les étapes du calcul sont :

### a. Calcul du diamètre primitif du pignon conique sur le cône frontal extérieur $d_1$

En utilisant la relation de calcul de la sollicitation hertzienne (pitting), on va dimensionner le diamètre primitif du pignon sur le cône frontal moyen,  $d_{m1}$  :

$$d_{m1} \geq \sqrt[3]{\frac{4M_{\text{tpignon}} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta}}{\Psi_{Rm} \cdot u} \cdot \left( \frac{Z_M \cdot Z_H}{\frac{\sigma_{H \text{ lim}}}{S_H} \cdot K_{HN} \cdot Z_R \cdot Z_w} \right)^2} \quad (4.14)$$

où:

$M_{\text{tpignon}}$  - moment de torsion à l'arbre du pignon.  $M_{\text{tpignon}} = M_{\text{tl}}$

$K_A$  - facteur de la charge dynamique extérieure. Il dépend de la nature du moteur et de la nature de la machine de travail.  $K_A = 1$  pour des réducteurs d'utilisation générale.

$K_V$  - facteur dynamique intérieur. Pour le pré-dimensionnement, on prend  $K_V = 1,15$ .

$K_{H\beta}$  - facteur de la répartition longitudinale de la charge pour la sollicitation hertzienne. On prend  $K_{H\beta} = 1,35$  pour le dimensionnement préliminaire.

$\Psi_{Rm}$  - coefficient de largeur :  $\Psi_{Rm} = \frac{b}{R_m} = 0,3 \dots 0,35$ , avec

$b$  - largeur de la roue conique,

$R_m$  - longueur moyenne de la génératrice du cône primitif.

$u = \frac{z_{\text{grand}}}{z_{\text{petit}}}$  - le rapport des nombres des dents. Pour les engrenages de type

réducteur  $u = i_{1-2}$ . Sa valeur a été déterminée au point 1.2.

$Z_M$  - facteur de matériau .  $Z_M = 271\sqrt{\text{N/mm}^2}$  pour les engrenages composés par des roues en acier.

$Z_H$  - facteur du point de roulement. Pour le pré-dimensionnement, on prend  $Z_H = 1,77$ .

$\sigma_{H \text{ lim}}$  - effort unitaire limite pour la sollicitation hertzienne. Il dépend de la nature du matériau du pignon et du traitement thermique ou thermochimique appliqué (tableau 4.1).

$S_H$  – facteur de sûreté pour la sollicitation hertzienne. On peut utiliser la valeur minimale  $S_H = 1,5$  pour le dimensionnement préliminaire.

$K_{HN}$  – facteur du nombre de cycles de sollicitation pour la sollicitation hertzienne.  
 $K_{HN} = 1$  pour les engrenages conçus pour une durée de fonctionnement illimitée.

$Z_R$  – facteur de rugosité. Sa valeur préliminaire est  $Z_R = 1$ .

$Z_w$  – facteur du rapport de la dureté des flancs.  $Z_w = 1$  pour le dimensionnement préliminaire.

On calcule le diamètre primitif du pignon sur le cône frontal extérieur  $d_1$  :

$$d_1 = d_{m1}(1 + 0,5\Psi_{Rm}) \quad (4.15)$$

$d_1$  doit être un nombre entier ( $d_1 \in N$ ), exprimé en mm.

### b. Calcul du module sur le cône frontal extérieur $m$ .

On va dimensionner le module sur le cône médian  $m_m$  sur base de l'expression de l'effort au pied de la dent.

On obtient la relation:

$$m_m = \frac{4M_{\text{tpignon}} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_\alpha \cdot Y_F \cdot \sin \delta_1}{\Psi_{Rm} \cdot d_{m1}^2 \cdot \frac{\sigma_{F \text{ lim}}}{S_F} \cdot K_{FN} \cdot Y_s \cdot Y_{Fx}} \quad (4.16)$$

où:  $K_A$  - facteur de la charge dynamique extérieure. Il dépend de la nature du moteur et de la nature de la machine de travail.  $K_A = 1$  pour des réducteurs d'utilisation générale.

$K_V$  - facteur dynamique intérieur. Pour le pré-dimensionnement, on prend  $K_V = 1,15$ .

$K_{F\beta}$  – facteur de la répartition longitudinale de la charge au pied de la dent.

$K_{F\beta} = 1,35$  pour le pré-dimensionnement.

$K_\alpha$  – facteur de la répartition frontale de la charge.  $K_\alpha = 1$  pour le pré-dimensionnement.

$Y_F$  – facteur de forme. Il est choisi dans l'annexe 10 pour  $x=0$  (denture non déportée) et pour un nombre des dents estimé à  $z_1 = 12, \dots, 21$ . Après le pré - dimensionnement, on recommence le calcul si le nombre de dents est très différent de celui estimé.

$\delta_1$  - demi-angle du sommet du cône primitif du pignon. Il est donné par l'expression suivante:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{i + \cos \Sigma} \quad (4.17)$$

où  $\Sigma$  - l'angle entre les axes des roues qui composent le couple conique.

On utilise fréquemment des engrenages coniques orthogonaux ( $\Sigma = 90^\circ$ ) d'où:

$$\delta_1 = \operatorname{arctg} \frac{1}{i} \quad (4.18)$$

$\sigma_{F_{\text{lim}}}$  - effort unitaire de la sollicitation du pied de la dent du matériau du pignon  
(cf. tableau 4.1).

$S_F$  - facteur de sûreté pour la sollicitation au pied de la dent.  $S_F = 2$  pour le pré-dimensionnement

$K_{FN}$  - facteur du nombre de cycles de sollicitation au pied de la dent. On prend  $K_{FN} = 1$  pour les engrenages conçus pour une durée de fonctionnement illimitée.

$Y_s$  - facteur de concentration des contraintes. Sa valeur préliminaire est  $Y_s = 1$ .

$Y_{Fx}$  - facteur dimensionnel. On prend  $Y_{Fx} = 1$  pour le dimensionnement préliminaire.

On détermine le module sur le cône frontal extérieur  $m$  :

$$m = m_m (1 + 0,5 \Psi_{R_m}) \quad (4.19)$$

Et on choisit la valeur normalisée supérieure au module calculé  $m$ .

### c. Calcul de nombre de dents du pignon $z_1$ .

On calcule le nombre maximum de dents du pignon:

$$z_{1\max} = \frac{d_1}{m} \quad (4.20)$$

On choisira  $z_1$  de manière à vérifier les conditions suivantes:

- Pour des rapports de transmission ordinaires ( $1 < i \leq 5$ ), on recommande  $z_1 \geq 12, \dots, 14$
- En conformité avec les recommandations des fabricants, le nombre minimal de dents du pignon est repris dans le tableau 4.2

Tableau 4.2 : Nombre minimal de dents  $z_1$  recommandé pour le pignon conique

$i$	1	2	3	4	5	6,3
$z_1$	18 ... 40	15 ... 30	12 ... 23	10 ... 18	8 ... 14	6 ... 14

Remarque: Si les conditions du tableau 4.2 ne sont pas satisfaites, on agrandit le diamètre primitif du pignon conique et on recalcule le module  $m$ .

#### d. Choix final du module et des nombres de dents

On recalcule le module sur le cône frontal extérieur avec le nombre de dent  $z_1$  choisi:

$$m = \frac{d_1}{z_1} \quad (4.21)$$

Ce module est normalisé (cf. annexe 7). On recalcule également le nombre de dent  $z_1$  avec la nouvelle valeur du module sur le cône:

$$z_1 = \frac{d_1}{m} \quad (4.22)$$

On choisit la valeur finale  $z_1$  et on détermine :

$$z_2 = u z_1 \quad (4.23)$$

$z_2$  doit être un nombre entier ( $z_2 \in N$ ). On recommande que  $z_2$  ne soit pas divisible par  $z_1$  (prendre si possible  $z_1$  et  $z_2$  premiers entre eux). Cette condition est remplie usuellement par l'addition ou la suppression d'une dent à la roue  $z_2$ .

#### e. Calcul du rapport de transmission effectif de l'engrenage conique :

Après le dimensionnement préliminaire de l'engrenage, une vérification du rapport de transmission effectif du réducteur  $i_{ef}$  s'impose.

$$i_{ef} = \frac{z_2}{z_1} \quad (4.24)$$

Il faut que l'écart entre celui-ci et la valeur donnée initialement dans l'énoncé du projet  $i_{1-2}$  (cf. point 1.2) ne dépasse pas 3% :

$$\Delta_i = \frac{|i_{ef} - i_{1-2}|}{i_{1-2}} \cdot 100\% \leq 3\% \quad (4.25)$$

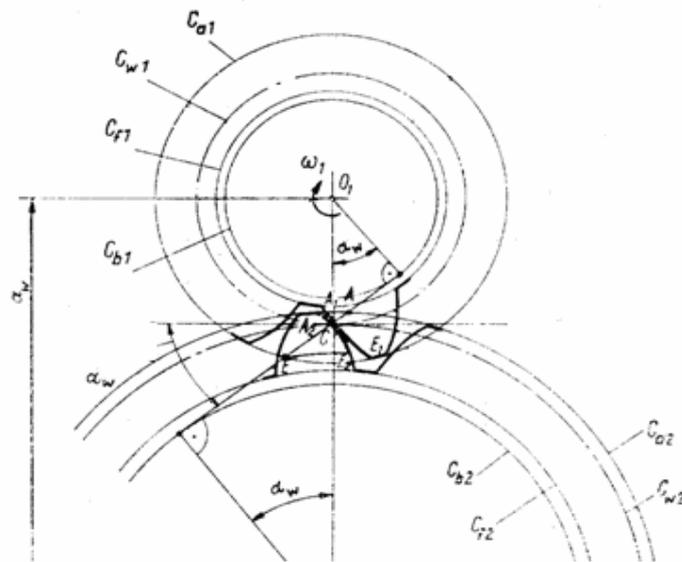
Tableau 4.1.

## Aciers recommandés pour la construction des roues dentées cylindriques et coniques des réducteurs

Matériau	DIN	STAS	Traitement thermique ou thermochimique	Dureté		Résistance à la rupture, $\sigma_r$ ( $N/mm^2$ )	Limite d'élasticité, $\sigma_c$ ( $N/mm^2$ )	Résistance limite à la fatigue au pied de la dent $\sigma_f \text{ lim}$ ( $N/mm^2$ )	Pression hertzienne limite à la fatigue, $\sigma_H \text{ lim}$ ( $N/mm^2$ )
				noyau ( <i>HB</i> )	flanc ( <i>HRC</i> )				
OL 50	Fe 490-2 (St 50-2)	500/2-80	Normalisation	<i>HB</i> = 150 ÷ 170		500 ÷ 620	270 ÷ 300	0,4 <i>HB</i> + 100	1,5 <i>HB</i> + 120
OL 70	Fe 690-2 (St 70-2)	500/2-80	Normalisation	<i>HB</i> = 200 ÷ 220		700 ÷ 850	340 ÷ 370	0,4 <i>HB</i> + 100	1,5 <i>HB</i> + 120
OLC 45*	C 45	880-88	Amélioration	<i>HB</i> = 220 ÷ 260		620	360	0,4 <i>HB</i> + 140	1,5 <i>HB</i> + 200
			Trempe après chauffage à la flamme ou CIF	200 ÷ 260	50 ÷ 57			160 ÷ 170	20 <i>HRC</i> + 10
OLC 55	C55	880-88	Amélioration	<i>HB</i> = 200 ÷ 300		720	420	0,4 <i>HB</i> + 140	1,5 <i>HB</i> + 200
			Trempe après chauffage à la flamme ou CIF	200 ÷ 300	50 ÷ 57			180 ÷ 190	20 <i>HRC</i> + 20
41 MoCr 11	42 CrMo 4	791-88	Amélioration	<i>HB</i> = 270 ÷ 320		950	750	0,4 <i>HB</i> + 155	1,8 <i>HB</i> + 200
			Trempe après chauffage à la flamme ou CIF	270 ÷ 320	50 ÷ 57			230 ÷ 290	20 <i>HRC</i> + 60
			Nituration	270 ÷ 320	52 ÷ 60			250 ÷ 350	20 <i>HRC</i>
40 Cr 10	41 Cr 4	791-88	Amélioration	<i>HB</i> = 240 ÷ 340		1000	800	0,4 <i>HB</i> + 155	1,8 <i>HB</i> + 200
			Trempe après chauffage à la flamme ou CIF	240 ÷ 340	50 ÷ 57			230 ÷ 290	20 <i>HRC</i> + 60
			Nituration	240 ÷ 340	50 ÷ 57			250 ÷ 350	20 <i>HRC</i>
34 MoCrNi 15	34 CrNiMo 6	791-88	Amélioration	<i>HB</i> = 310 ÷ 330		1100	900	0,4 <i>HB</i> + 155	1,8 <i>HB</i> + 200
OLC 15*	C 15	880-88	Cémentation	120 ÷ 140	55 ÷ 63	390	280	140 ÷ 150	24 <i>HRC</i>
21 MoMnCr 12	20 CrMo 5	791-88	Cémentation	300 ÷ 350	55 ÷ 63	1100	850	390 ÷ 460	25,5 <i>HRC</i>

## 5. ELEMENTS GEOMETRIQUES DES ROUES DENTÉES

### 5.1. ELEMENTS GEOMETRIQUES DES ROUES CYLINDRIQUES A DENTURE HELICOÏDALE.



**Fig. 5.1.** Eléments géométriques des roues dentées cylindriques à denture hélicoïdale.

On calcule les éléments géométriques suivants:

- le nombre de dents:  $z_{1(2)}$
- l'angle d'inclinaison sur le cylindre primitif également appelé angle d'hélice:  $\beta$
- l'angle de pression sur le cylindre primitif en plan normal également appelé angle de pression réel:  $\alpha_n = 20^\circ$
- l'angle de pression sur le cylindre primitif en plan frontal également appelé angle de pression apparent:  $\alpha_t$  (cf. rel. 4.9.)
- l'angle d'engrènement en plan frontal:  $\alpha_{w_t}$  (cf. rel.4.10.)
- le module normal ou module réel:  $m_n$
- le pas normal ou pas réel (sur le cylindre primitif):  $p_n = \pi m_n$  (5.1)
- le module frontal ou module apparent:  $m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}$  (5.2)

- le pas frontal également appelé pas apparent (sur le cylindre primitif):

$$p_t = \pi m_t \quad (5.3)$$

- le coefficient de déplacement du profil ou déport:  $x_{1(2)}$

- la hauteur de la tête de la dent ou saillie:

$$h_{a1(2)} = m_n (h_{0a}^* + x_{1(2)}) = m_n (1 + x_{1(2)}) \quad (5.4)$$

où  $h_{0a}^* = 1$  = coefficient de la hauteur de la tête de référence

- la hauteur du pied de la dent ou creux:

$$h_{f1,2} = m_n (h_{0f}^* - x_{1(2)}) = m_n (1,25 - x_{1(2)}) \quad (5.5)$$

où  $h_{0f}^* = 1,25$  = coefficient de la hauteur du pied de référence

- la hauteur de la dent:  $h = h_a + h_f = m_n (h_{0a}^* + h_{0f}^*) = 2,25m_n$  (5.6)

- le diamètre de division ou diamètre primitif:  $d_{1(2)} = m_t z_{1(2)} = \frac{m_n z_{1(2)}}{\cos \beta}$  (5.7)

- le diamètre du cercle de tête:  $d_{a1(2)} = d_{1(2)} + 2h_{a1(2)}$  (5.8)

- le diamètre du cercle de pied:  $d_{f1(2)} = d_{1(2)} - 2h_{f1(2)}$  (5.9)

- le diamètre du cercle de base:  $d_{b1(2)} = d_{1(2)} \cos \alpha_t$  (5.10)

- le diamètre de roulement:  $d_{w1(2)} = d_{1(2)} \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_w}$  (5.11)

- la largeur de la denture de la roue:  $b_2 = a \Psi_a$  (5.12)

D'habitude, on utilise la valeur de la largeur de la denture de la roue donnée par la relation (5.11) et pour le pignon, on prend une valeur un peu supérieure (majorée de 2 à 5 mm) afin de compenser les erreurs de montage axial.

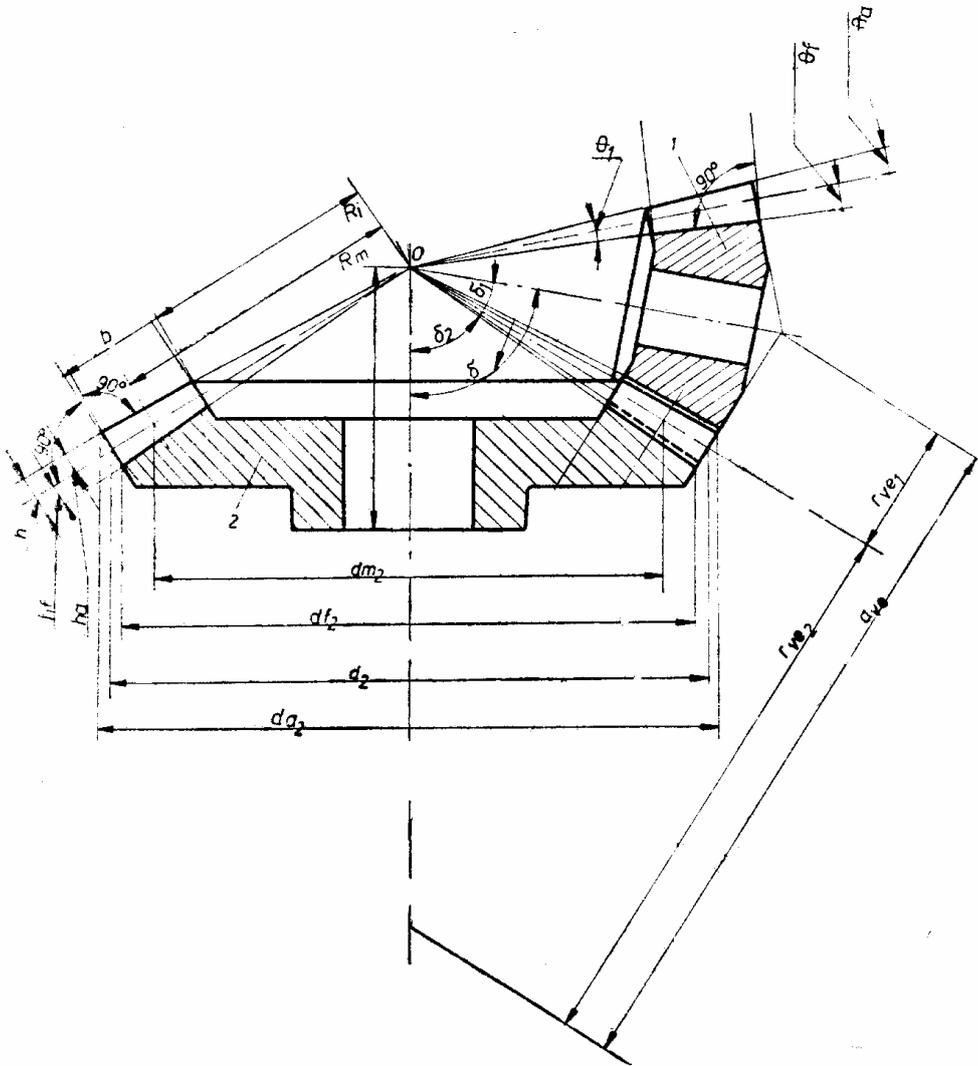
- le diamètre primitif de la roue virtuelle (roue équivalente):

$$d_{n1(2)} = \frac{d_{1(2)}}{\cos^2 \beta} \quad (5.13)$$

- le nombre de dents virtuel (roue équivalente):

$$z_{n1(2)} = \frac{z_{1(2)}}{\cos^3 \beta} \quad (5.14)$$

**5.2. Elements geometriques des roues dentees coniques a denture droite pour un engrenage orthogonal ( $\Sigma = 90^\circ$ )**



**Fig. 5.2.** Eléments géométriques d'un engrenage conique à denture droite

On calcule les éléments géométriques suivants:

- le nombre de dents :  $z_1(z_2)$
- le demi-angle du cône de division appelé aussi angle primitif:
  - pour le pignon :  $\delta_1 = \arctg\left(\frac{1}{i_{ef}}\right) = \arctg\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$  (5.15)
  - pour la roue :  $\delta_2 = 90^\circ - \delta_1$  (5.16)
- le module sur le cône frontal extérieur:  $m$
- le pas sur le cône frontal extérieur:  $p = \pi m$  (5.17)

- le coefficient de largeur:  $\Psi_{R_m}$
- le module sur le cône frontal médian ou moyen:  $m_m = \frac{m}{1 + 0,5\Psi_{R_m}}$  (5.18)
- la hauteur de la tête de la dent:  $h_a = h_{0a}^* \cdot m = 1 \cdot m$  (5.19)  
où  $h_{0a}^* = 1$  - coefficient de la hauteur de la tête de référence.
- la hauteur du pied de la dent:  $h_f = h_{0f}^* \cdot m = 1,2 \cdot m$  (5.20)  
où  $h_{0f}^* = 1,2$  - coefficient de la hauteur du pied de référence
- la hauteur de la dent:  $h = h_a + h_f = (h_{0a}^* + h_{0f}^*)m = 2,2m$  (5.21)
- le diamètre de division ou diamètre primitif sur le cône frontal extérieur:  
 $d_{1(2)} = m \cdot z_{1(2)}$  (5.22)
- le diamètre de division ou diamètre primitif sur le cône frontal médian:  
 $d_{m1(2)} = m_m \cdot z_{1(2)}$  (5.23)
- le diamètre du cercle de tête:  $d_{a_{1(2)}} = d_{1(2)} + 2h_a \cos \delta_{1(2)}$  (5.24)
- le diamètre du cercle de pied:  $d_{f_{1(2)}} = d_{1(2)} - 2h_f \cos \delta_{1(2)}$  (5.25)
- la longueur extérieure de la génératrice du cône primitif:  
 $R = \frac{d_{1(2)}}{2 \sin \delta_{1(2)}}$  (5.26)
- la longueur moyenne de la génératrice du cône primitif:  
 $R_m = \frac{d_{m1(2)}}{2 \sin \delta_{1(2)}}$  (5.27)
- la largeur de la denture:  $b = \Psi_{R_m} \cdot R_m$  (5.28)
- l'angle de la tête de la dent:  $\theta_a = \arctg \left( \frac{h_a}{R} \right)$  (5.29)
- l'angle du pied de la dent:  $\theta_f = \arctg \left( \frac{h_f}{R} \right)$  (5.30)
- l'angle de la dent:  $\theta = \theta_a + \theta_f$  (5.31)
- le demi-angle au sommet du cône de tête:  $\delta_a = \delta + \theta_a$  (5.32)
- le demi-angle au sommet du cône de pied:  $\delta_f = \delta - \theta_f$  (5.33)
- le diamètre de division virtuel (roue équivalente):  
 $d_{v_{1(2)}} = \frac{d_{1(2)}}{\cos \delta_{1(2)}}$  (5.34)
- le nombre de dents virtuel (roue équivalente):  
 $z_{v_{1(2)}} = \frac{z_{1(2)}}{\cos \delta_{1(2)}}$  (5.35)

- le diamètre de tête virtuel (roue équivalente):  

$$d_{a_{v_{1(2)}}} = d_{v_{1(2)}} + 2ha_{1(2)} \quad (5.36)$$

- le diamètre de base virtuel (roue équivalente):  

$$d_{b_{v_{1,2}}} = d_{v_{1,2}} \cos \alpha \quad (5.37)$$

- la distance entre les axes ou l'entraxe pour un engrenage cylindrique équivalent:  

$$a_v = \frac{d_{v_1} + d_{v_2}}{2}. \quad (5.38)$$

## 6. CALCUL DES FORCES DANS LES ENGRENAGES

### 6.1. FORCES DANS UN ENGRENAGE CYLINDRIQUE HELICOÏDAL.

Une force normale  $F_n$  apparaît au contact de deux dents. Celle-ci peut être décomposée en trois composantes selon trois directions orthogonales: la force tangentielle  $F_t$ , la force radiale  $F_r$  et la force axiale  $F_a$  conformément à la figure 6.1. On calcule les trois composantes sur le cercle primitif de la roue.

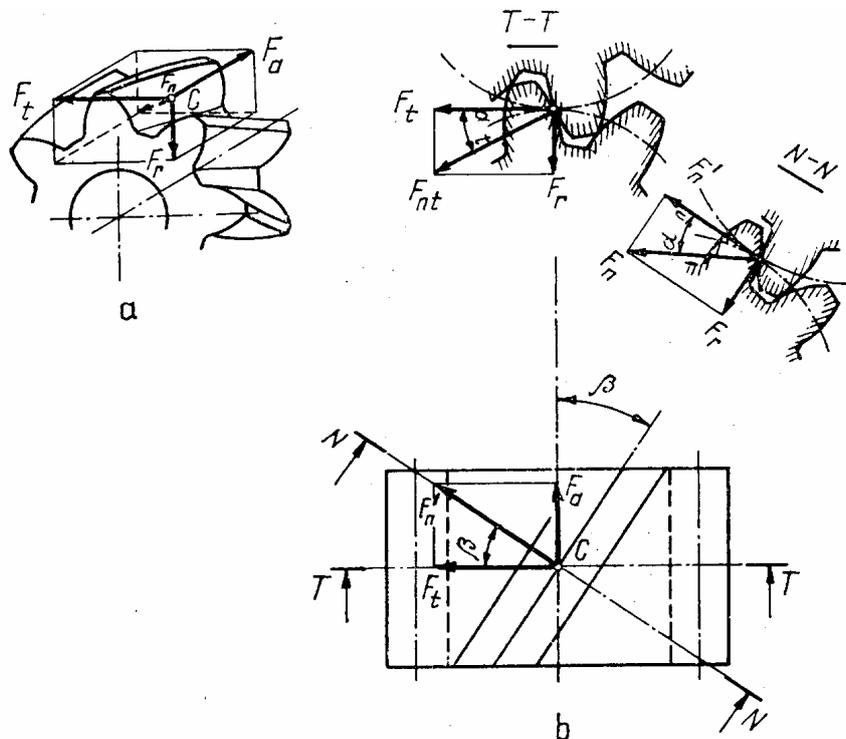


Fig. 6.1. Forces dans un engrenage cylindrique hélicoïdal.

On néglige les pertes de puissance dans les engrenages, les forces de frottements étant faibles. Par conséquent, on calcule les forces actionnant le pignon en utilisant le moment de torsion moteur (à l'arbre du pignon), et les forces qui agissent sur la roue menée sont prises égales en module et de sens contraire (conformément au principe de l'action et de la réaction).

Les relations de calcul des forces dans un engrenage cylindrique hélicoïdal sont:

- Pour les forces tangentiels:

$$F_{t_1} = F_{t_2} = \frac{2M_{tl}}{d_1} \quad (6.1)$$

- Pour les forces radiales:

$$F_{r_1} = F_{r_2} = F_{t_1} \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = F_{t_1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_t \quad (6.2)$$

- Pour les forces axiales:

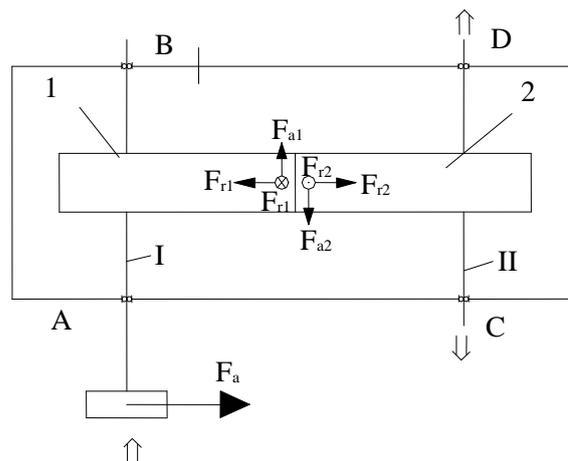
$$F_{a_1} = F_{a_2} = F_{t_1} \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (6.3)$$

- Pour la force normale:

$$F_n = \sqrt{F_{t_1}^2 + F_{a_1}^2 + F_{r_1}^2} = \frac{F_{t_1}}{\cos \alpha_n \cos \beta} \quad (6.4)$$

On doit mentionner que le sens des forces  $F_t$  et  $F_a$  dépend du sens de rotation de la roue et du sens d'inclinaison des dents. La force radiale  $F_r$  a toujours le même sens, elle est dirigée vers l'axe de rotation.

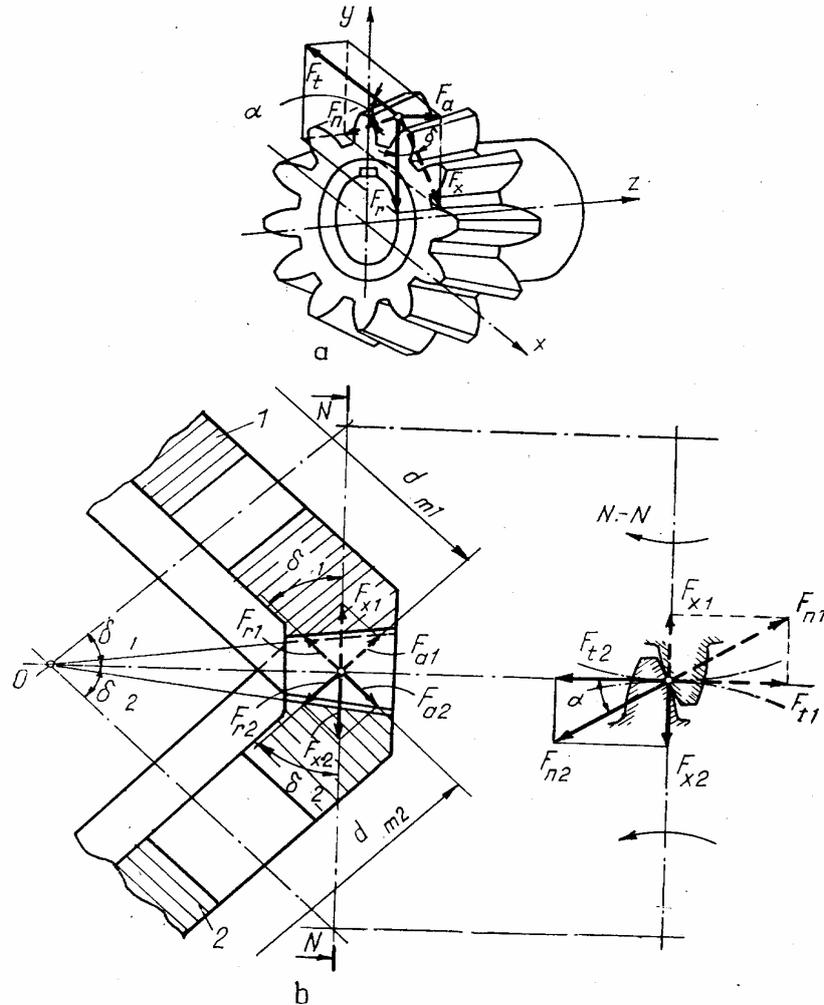
La figure 6.2 présente le schéma des forces qui agissent sur les arbres du réducteur de vitesse à un étage de réduction (réducteur à roues dentées cylindriques à denture hélicoïdale).



**Fig. 6.2.** Forces sur les arbres d'un réducteur cylindrique

## 6.2. Forces dans un engrenage conique a denture droite

Comme le calcul de résistance s'effectue pour l'engrenage cylindrique remplaçant (équivalent) sur le cône frontal médian, on considère la force normale sur la dent  $F_n$  appliquée dans le point d'intersection de la ligne d'engrènement avec le cercle primitif moyen. La force normale  $F_n$  se décompose en trois composantes orthogonales: la force tangentielle  $F_t$  au cercle primitif moyen, la force radiale  $F_r$  et la force axiale  $F_a$ .



**Fig. 6.3.** Forces dans un engrenage conique à denture droite

On néglige les pertes de puissance dans les engrenages (donc les forces de frottement). Puis, on calcule les forces dues au moment de torsion à l'arbre moteur ( $M_{H1}$ ) qui agissent sur le pignon. Les forces qui actionnent la roue menée sont considérées égales et de sens contraire (conformément au principe de l'action et de la réaction).

Dans le cas d'un engrenage conique orthogonal ( $\Sigma = 90^\circ$ ), les forces opposées à  $F_{a1}$  et à  $F_{r1}$  sont respectivement  $F_{r2}$  et  $F_{a2}$ .



## 7. VERIFICATIONS DES ENGRENAGES

### 7.1. VERIFICATION DES CONDITIONS DE TAILLAGE ET D'ENGREMENT

Il faut d'une part vérifier que l'engrenage ne présente pas de problèmes lors de son usinage ( sous-tailage et réduction d'épaisseur de la tête de la dent) et d'autre part vérifier que l'engrènement est satisfaisant ( continuité d'engrènement, interférence possible, jeu minimum sur le cercle de tête).

#### 7.1.1. Verification du sous-tailage des dents

Pour éviter le sous-tailage (c'est-à-dire l'interférence lors de l'opération d'usinage), on doit respecter la condition:

$$z_{n_{1(2)}} \geq z_{\min_{1(2)}} \quad (7.1)$$

où:

$z_{n_{1(2)}} \geq z_{1(2)} / \cos^3 \beta$  est le nombre de dents de la roue équivalente (virtuelle) à la roue cylindrique à denture hélicoïdale

$z_{\min_{1(2)}}$  est le nombre minimal de dents de la roue cylindrique à denture hélicoïdale qui peut être usinée sans sous-tailage avec un angle d'inclinaison primitif  $\beta$  et un déplacement spécifique (déport) du profil  $x$ .

$z_{\min}$  est donné par la relation:

$$z_{\min_{1(2)}} = \frac{2(h_{0a}^* - x_{1(2)}) \cos \beta}{\sin^2 \alpha_t} \quad (7.2)$$

où  $h_{0a}^*$  représente le coefficient de hauteur de la tête de la dent de référence. ( $h_{0a}^* = 1$ )

#### 7.1.2. Verification de la continuité de l'engrènement

Pour l'engrenage cylindrique à denture hélicoïdale, le degré de recouvrement total (ou rapport total de conduite)  $\varepsilon_\gamma$  est donné par la relation:

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \quad (7.3)$$

où:

$\varepsilon_\alpha$  – le degré de recouvrement du profil en plan frontal  
(ou rapport de conduite apparent);

$\varepsilon_\beta$  – le degré de recouvrement supplémentaire dû à l'inclinaison des dents (avancement des flancs) . Il est également appelé rapport de recouvrement.

On utilise les relations:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_a = \frac{\sqrt{d_{a_1}^2 - d_{b_1}^2}}{2\pi m_t \cos \alpha_t} + \frac{\sqrt{d_{a_2}^2 - d_{b_2}^2}}{2\pi m_t \cos \alpha_t} - \frac{a \sin \alpha_{w_t}}{\pi m_t \cos \alpha_t} \quad (7.4)$$

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_2 \cdot \sin \beta}{\pi m_n} \quad (7.4)$$

Pour assurer la continuité du processus d'engrènement, on doit vérifier la condition:

- $\varepsilon_\alpha \geq 1,1$  pour les engrenages précis (classes 5, 6, 7),
- $\varepsilon_\alpha \geq 1,3$  pour les engrenages de précision modérée (classes 8, 9, 10, 11).

Pour un engrenage conique à denture droite, on calcule le degré de recouvrement de l'engrenage cylindrique équivalent (virtuel) qui doit vérifier la condition:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_a = \frac{\sqrt{d_{a_{v1}}^2 - d_{b_{v1}}^2}}{2\pi m \cos \alpha} + \frac{\sqrt{d_{a_{v2}}^2 - d_{b_{v2}}^2}}{2\pi m \cos \alpha} - \frac{a_v \sin \alpha_{w_v}}{\pi m \cos \alpha} \quad (7.5)$$

### 7.1.3. Verification des interferences des dents

Le diamètre du cercle où débute le profil en développante  $d_{l_{1(2)}}$  dépend du procédé technologique d'exécution de la denture. Considérons le cas usuel de l'exécution de la denture par utilisation d'une fraise qui a le profil de la crémaillère génératrice, la relation qui permet le calcul du diamètre du cercle où débute le profil en développante est la suivante:

$$d_{l_{1(2)}} = d_{b_{1(2)}} \sqrt{1 + \left[ \operatorname{tg} \alpha_t - \frac{2(h_{0_a}^* - x_{1(2)}) \cos \beta}{z_{1(2)} \cdot \sin \alpha_t \cdot \cos \alpha_t} \right]^2} \quad (7.6)$$

Les diamètres des cercles délimitant les profils actifs des flancs des dents  $d_{A_1}$  et  $d_{E_2}$  (c'est-à-dire les diamètres des cercles sur lesquels sont situés le point où débute l'engrènement sur les flancs des dents du pignon  $d_{A_1}$  et le point où finit l'engrènement sur les flancs des dents de la roue  $d_{E_2}$ ) sont donnés par:

$$d_{A_1} = \frac{d_{b_1}}{\cos \alpha_{A_1}} \quad \text{et} \quad d_{E_2} = \frac{d_{b_2}}{\cos \alpha_{E_2}} \quad (7.7)$$

où:

$$\operatorname{tg} \alpha_{A_1} = \frac{2\pi(\varepsilon_a - \varepsilon_2)}{z_1} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg} \alpha_{E_2} = \frac{2\pi(\varepsilon_a - \varepsilon_1)}{z_2} \quad (7.8)$$

Les conditions à remplir afin d'avoir un engrènement correct des deux roues ( pour éviter l'interférence des dents lors de l'engrènement), sont:

$$d_{A_1} \geq d_{l_1} \quad \text{et} \quad d_{E_2} \geq d_{l_2} \quad (7.9)$$

#### 7.1.4. Verification du jeu a la tete des dents

Pour un engrenage cylindrique à denture helicoidale, on calcule le jeu à la tête des dents avec la relation:

$$c = a - \frac{d_{a_1} + d_{f_2}}{2} = a - \frac{d_{f_1} + d_{a_2}}{2} \quad (7.10)$$

Le jeu doit vérifier la condition:

$$c \geq 0,1m_n \quad (7.11)$$

Si cette condition n'est pas remplie, on diminue les dimensions de la tête de la dent ( reduction de saillie) de manière à obtenir le jeu minimal admissible  $c_a = 0,1m_n$ .

#### 7.1.5. Verification de l'épaisseur des dents sur le cercle de tête

Pour les roues cylindriques à denture helicoidale, le déport positif des profils mène à une réduction de l'épaisseur des dents sur le cercle de tête.

On va vérifier cette epaisseur en calculant la longueur de l'arc correspondant à la dent sur le cercle de tête dans le plan frontal  $s_{a_t}$  et en la comparant avec une valeur minimale admissible.

$$s_{a_{1(2)}} = d_{a_{1(2)}} \left( \frac{\pi + 4x_{1(2)} \operatorname{tg} \alpha_n}{2z_{1(2)}} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{a_{t_{1(2)}}} \right) \quad (7.12)$$

où  $\alpha_{at}$  est l'angle de pression sur le cercle de tête en plan frontal. Il est donné par la relation:

$$\alpha_{a_{1(2)}} = \arccos \left( \frac{d_{1(2)}}{d_{a_{1(2)}}} \cdot \cos \alpha_t \right) \quad (7.13)$$

Pour éviter l'endommagement de la tête de la dent à cause de la réduction d'épaisseur, on recommande de respecter la condition:

$$s_{a_{t_{1(2)}}} \geq 0,2m_t \quad \text{- pour les roues en acier amélioré}$$

$$s_{a_{t_{1(2)}}} \geq 0,4m_t \quad \text{- pour les roues à denture durcie superficiellement.}$$

Si cette condition n'est pas satisfaite, on peut soit modifier la répartition de la somme des déports  $x_s$  entre les deux composantes  $x_1$  et  $x_2$ , soit réduire les diamètres des

cercles de tête (réduction de saillie) afin vérifier la condition relative au degré de recouvrement  $\varepsilon_\alpha$  (ou rapport de conduite apparent).

## 7.2. VERIFICATION DE LA RESISTANCE DE LA DENTURE DES ROUES DENTÉES

### 7.2.1. Verification de la sollicitation au pied de la dent

Un effort unitaire maximal apparaît au pied de la dent. Il est dû à une flexion variable cycliquement dans le temps. Après un nombre de cycles de sollicitation, une rupture par fatigue peut se produire au pied de la dent. La vérification de la sollicitation au pied de la dent est faite en calculant l'effort unitaire dû à la flexion  $\sigma_F$  et en le comparant à une valeur admissible  $\sigma_{Fp}$ .

#### 7.2.1.1. Cas des engrenages cylindriques à denture helicoidale

Le calcul de la résistance à la fatigue est effectué dans une section normale pour les roues équivalentes (virtuelles). Le critère de résistance de la dent est:

$$\begin{aligned}\sigma_{F_{1(2)}} &= \frac{F_{t_{1(2)}}}{b_{1(2)} \cdot m_n} \cdot Y_{F_{1(2)}} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_\alpha \cdot K_{F\beta} \cdot Y_\beta \\ &\leq \sigma_{F_{p_{1(2)}}} = \frac{\sigma_{F_{lim1(2)}}}{S_F} \cdot K_{FN} \cdot Y_S \cdot Y_{FX}\end{aligned}\quad (7.14)$$

où:

$\sigma_{F1(2)}$  - l'effort unitaire de flexion au pied de la dent;

$F_{t1(2)}$  - la force tangentielle au niveau du cercle primitif;

$b_{1(2)}$  - la largeur de la roue;

$m_n$  - le module normal de la denture;

$Y_{F1(2)}$  - le facteur de forme de la dent (cf. annexe 10). Il est déterminé en fonction du nombre de dents de la roue équivalente  $z_{n1(2)}$  et du déport du profil  $x_{1(2)}$ ;

$K_A$  - le facteur de la charge dynamique extérieure(ou facteur d'application). Pour un réducteur d'utilisation générale, on considère que  $K_A = 1$ ;

$K_V$  - le facteur dynamique interne (annexe 11) qui dépend de la vitesse périphérique sur le cercle primitif  $v = \frac{\pi d_1 \cdot n_{pignon}}{60000}$  (m/s) où  $d_1$  est le

diamètre primitif du pignon (en mm) et  $n_{pignon}$  est la vitesse de rotation de l'arbre du pignon (en tr/min).

$K_\alpha$  - le facteur de répartition frontale de la charge. Pour les engrenages exécutés très précisément et fortement chargés, on prend  $K_\alpha \in \left( \frac{1}{\varepsilon_\alpha}, 1 \right)$ . Pour les engrenages usuels, on choisira  $K_\alpha = 1$ ;

$K_{F\beta}$  - le facteur de distribution longitudinale de la charge pour une sollicitation au pied de la dent. On le déterminera sur le diagramme présenté dans l'annexe 14. Il dépend du facteur de distribution longitudinale de la charge pour la sollicitation hertzienne  $K_{H\beta}$ . Ce dernier est présenté dans les annexes 12 et 13 respectivement pour les dentures cylindriques et coniques réalisées en aciers durcis superficiellement.

Pour les engrenages ayant au moins une des roues à denture de dureté petite à moyenne ( $HB < 3500 \text{ N/mm}^2$ ), un meilleur rodage est réalisable et le facteur de distribution longitudinale  $K_{F\beta}$  sera déterminé par la relation:

$$K_{F\beta} = \frac{1 + K_{H\beta}}{2} \quad (7.15)$$

$Y_\beta$  est le facteur de l'angle d'inclinaison. Il est déterminé par la relation :

$$Y_\beta = 1 - \frac{\beta}{120^\circ} \quad (7.16)$$

$\sigma_{F \text{ lim}}$  - la résistance limite à la fatigue par flexion au pied de la dent (cf. tableau 4.1).

$S_F$  - le facteur de sûreté par rapport à la rupture par fatigue au pied de la dent. Sa valeur usuelle est  $S_{F \text{ min}} \cong 1,5$ ;

$k_{FN}$  - le facteur du nombre de cycles de fonctionnement pour la sollicitation au pied de la dent (facteur de durée). on considère que :

- $k_{FN} = 1$  pour  $N \geq 10^7$  cycles,
- $k_{FN} = (10^7/N)^{1/9}$  pour  $10^3 \leq N < 10^7$

où  $N$  est le nombre de cycles de sollicitation auquel est soumise la dent de la roue pendant le fonctionnement de l'engrenage.

$Y_s$  - le facteur de concentration de contrainte. Il prend en considération l'influence du rayon de raccordement au pied de la dent. Sa valeur usuelle est  $Y_s = 1$ .

$Y_{F_x}$  - le facteur dimensionnel.

- Si  $m_n \leq 5 \text{ mm}$ ,  $Y_{F_x} = 1$
- Si  $5 < m_n < 30 \text{ mm}$  :
  - $Y_{F_x} = 1,05 - 0,01m_n$  pour des dentures durcies superficiellement
  - $Y_{F_x} = 1,03 - 0,006m_n$  pour des dentures en aciers améliorés

### 7.2.1.2. Cas des engrenages coniques à denture droite

Le calcul de résistance s'effectue pour un engrenage virtuel (cylindrique à denture droite) dans la section médiane de la largeur de la roue. Le critère de résistance auquel doit satisfaire l'effort unitaire au pied de la dent  $\sigma_F$  est:

$$\sigma_{F1(2)} = \frac{F_{t1(2)}}{b \cdot m_m} \cdot Y_{F1(2)} K_A K_V K_\alpha K_{F\beta} \leq \sigma_{F_p} = \frac{\sigma_{F_{lim}}}{S_F} K_{FN} Y_S Y_{Fx} \quad (7.17)$$

où:

$\sigma_{F1(2)}$  - l'effort unitaire de flexion au pied de la dent;

$F_{t1(2)}$  - la force tangentielle au niveau du cercle primitif médian;

$b$  - la largeur de la roue;

$m_m$  - le module sur le cône frontal médian;

$Y_{F1(2)}$  - le facteur de forme de la dent. Il est choisi à l'annexe 10 en fonction du nombre de dents de la roue équivalente  $z_{v1(2)}$  et pour  $x = 0$  ;

$K_A$  - le facteur de la charge dynamique extérieure(ou facteur d'application). Pour un réducteur d'utilisation générale, on considère que  $K_A = 1$ ;

$K_V$  - le facteur dynamique interne (annexe 11) qui dépend de la vitesse périphérique sur le cercle primitif  $v = \frac{\pi d_1 \cdot n_{\text{pignon}}}{60000}$  (m/s) où  $d_1$  est le diamètre primitif du pignon

(en mm) et  $n_{\text{pignon}}$  est la vitesse de rotation de l'arbre du pignon (en tr/min).

$K_\alpha$  - le facteur de répartition frontale de la charge. Pour les engrenages exécutés très précisément et fortement chargés, on prend  $K_\alpha \in \left( \frac{1}{\varepsilon_\alpha}, 1 \right)$ . Pour les engrenages usuels, on choisira  $K_\alpha = 1$ ;

$K_{F\beta}$  - le facteur de distribution longitudinale de la charge pour une sollicitation au pied de la dent. On le déterminera sur le diagramme présenté dans l'annexe 14. Il dépend du facteur de distribution longitudinale de la charge pour la sollicitation hertzienne  $K_{H\beta}$ . Ce dernier est présenté dans l'annexe 13 pour les dentures coniques réalisées en aciers durcis superficiellement. Usuellement on prend  $S_{F_{min}} = 2$ ;

$K_{FN}$  - le facteur du nombre de cycles de fonctionnement pour une sollicitation au pied de la dent (facteur de durée);

$Y_S$  - le facteur de concentration de contrainte;

$Y_{Fx}$  - le facteur dimensionnel ( facteur de forme).

Les facteurs  $K_A$ ,  $K_V$ ,  $K_\alpha$ ,  $K_{F\beta}$ ,  $K_{FN}$ ,  $Y_S$ ,  $Y_{Fx}$  seront choisis conformément aux recommandations faites pour les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale.

## 7.2.2. Verification de la resistance a la pression superficielle (Verification au Pitting)

La pression de Hertz entre les flancs des dents se calcule pour le contact au centre instantané de rotation C ( $\sigma_{HC}$ ).

### 7.2.2.1. Cas des engrenages cylindriques à denture helicoidale

Pour un engrenage cylindrique à denture helicoidale, on calcule l'effort hertzien maximal pour le contact en C (centre instantané de rotation) avec la relation:

$$\sigma_{HC_1} = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{u+1}{u} K_A K_V K_{H\beta}} \leq \sigma_{Hp} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_H} \cdot K_{HN} Z_R Z_W \quad (7.18)$$

où:

$\sigma_{HC_1}$  – L'effort unitaire hertzien maximal pour un contact au centre instantané de rotation (point C) également appelé pression de Hertz de fonctionnement ;

$Z_M$  – Le facteur de matériau:  $Z_M = \sqrt{0,35E}$

$$\text{où} \quad E = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2} \quad (7.19)$$

$E_1$  et  $E_2$  étant les modules d'élasticité longitudinaux des deux roues.

Dans le cas de deux roues dentées exécutées en acier laminé, la valeur du facteur de matériau est  $Z_M \cong 271\sqrt{N/mm^2}$ .

$Z_H$  – Le facteur du point de roulement. Il est donné par la relation:

$$Z_H = \sqrt{\frac{\cos \beta_b}{\cos^2 \alpha_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_{w_t}}} \quad (7.20)$$

Il est présenté aussi dans le diagramme de l'annexe 15.

$Z_\varepsilon$  – Le facteur de la longueur de contact (ou facteur de conduite). Il est présenté dans le diagramme de l'annexe 16 en fonction des composantes du degré de recouvrement (ou rapport de conduite)  $\varepsilon_\alpha$  et  $\varepsilon_\beta$  ;

$F_t$  – La force tangentielle au niveau du cercle primitif;

$b$  – La largeur de la denture de la roue menée;

$d_1$  – Le diamètre primitif du pignon;

$u$  – Le rapport des nombres de dents. Pour des engrenages réducteurs,  $u = i_{1-2}$  ;

$K_A$  – Le facteur de la charge dynamique extérieure (ou facteur d'application);

$K_V$  – Le facteur dynamique interne (annexe 11);

$K_{H\beta}$  – Le facteur de distribution longitudinale de la charge (facteur de charge longitudinale) (cf. annexe 12);

$\sigma_{Hp}$  – L'effort unitaire admissible pour la sollicitation à la fatigue par pression de contact également appelé pression de Hertz limite admissible.

$\sigma_{H\lim}$  – La résistance limite à la fatigue par pression de contact. Elle dépend de la nature du matériau de la roue dentée et du traitement subi (v. tableau 4.1);

$S_H$  – Le facteur de sûreté en rapport avec la destruction par pitting des flancs (ou facteur de sûreté effectif). En pratique,  $S_{H\min} = 1,25$ ;

$K_{HN}$  – le facteur du nombre de cycles de fonctionnement pour une sollicitation hertzienne (facteur de durée). On prendra :

- $K_{HN} = 1$  pour un nombre de cycles de fonctionnement  $N \geq 5 \cdot 10^7$  ;
- $K_{HN} = \left(5 \cdot 10^7 / N\right)^{1/6}$  pour  $10^3 \leq N < 5 \cdot 10^7$  ;

$Z_R$  – le facteur de rugosité des flancs. Il est donné par la relation:

$$Z_R = \left(3/R_{a_{red100}}\right)^{m_{Z_R}}$$

où:

- $R_{a_{red100}} = 3(R_{a_1} + R_{a_2}) \cdot \sqrt[3]{100/a}$  ( $R_{a_1}, R_{a_2}$  – rugosités moyennes arithmétiques des flancs des roues,  $R_{a_1}, R_{a_2} = 0,8 - 1,6$ )
- $m_{Z_R} = 0,12 + (1000 - \sigma_{H\lim})/5000$  on prendra :
  - $\sigma_{H\lim} = 850 \text{ N/mm}^2$  si la limite d'endurance pour le matériau choisi est inférieure à  $850 \text{ N/mm}^2$
  - $\sigma_{H\lim} = 1200 \text{ N/mm}^2$  si le matériau choisi a une limite d'endurance supérieure à  $1200 \text{ N/mm}^2$ .

Pour des valeurs intermédiaires  $850 < \sigma_{H\lim} < 1200$ , on va travailler avec la valeur de la limite d'endurance du matériau.

$Z_W$  – le facteur du rapport de dureté des flancs. Si  $HB_1$  et  $HB_2$  représentent respectivement les duretés Brinell des flancs de la dent du pignon et de la roue, on le choisira de la manière suivante :

- Si  $HB_1 - HB_2 > 1000 \text{ N/mm}^2$ ,  $Z_W = 1,2$
- Si  $HB_1 - HB_2 \leq 1000 \text{ N/mm}^2$ ,  $Z_W = 1$

### 7.2.2.2. Cas des engrenages coniques à denture droite

Pour un engrenage conique à denture droite, on calcule l'effort unitaire hertzien maximal pour le contact au point C (centre instantané de rotation) pour l'engrenage cylindrique virtuel sur le cône frontal médian en utilisant la relation (valable pour un engrenage orthogonal  $\Sigma = 90^\circ$ ):

$$\sigma_{HC1} = Z_M Z_{Hv} \sqrt{\frac{F_t}{b_1 \cdot d_{m1}} \cdot \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u} K_A K_V K_{H\beta}} \leq \sigma_{Hp} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_H} K_{HN} Z_R Z_W \quad (7.19)$$

où:

$\sigma_{HC1}$  – l'effort unitaire hertzien maximal pour le contact au centre instantané de rotation

(point C) également appelé pression de Hertz de fonctionnement ;

$Z_M$  – le facteur de matériau;

$Z_{Hv}$  – le facteur du point de roulement pour un engrenage cylindrique virtuel. Il est choisi dans l'annexe 15. on considère  $Z_{Hv} = 1,77$  pour les roues dentées sans déport.

$F_t$  – la force tangentielle au niveau du diamètre primitif moyen;

$b_1$  – la largeur du pignon;

$d_{m1}$  – Le diamètre du cercle primitif moyen;

$u$  – le rapport du nombre de dents  $u = i_{1-2}$ ;

$K_A$  – le facteur de la charge dynamique extérieure (ou facteur d'application);

$K_V$  – le facteur dynamique intérieur (ou interne) (annexe 11);

$K_{H\beta}$  – le facteur de distribution longitudinale de la charge (annexe 13);

$\sigma_{Hp}$  – l'effort unitaire admissible pour une sollicitation à la fatigue également appelé pression de Hertz limite admissible;

$\sigma_{Hlim}$  – la résistance limite à la fatigue. Elle dépend du matériau constitutif de la roue dentée et du traitement appliqué (tableau 4.1);

$S_H$  – le facteur de sûreté en rapport avec la destruction par pitting des flancs. En pratique on prend  $S_H = 1,5$ ;

Les facteurs  $K_{HN}, Z_R, Z_w$  ont la même définition que celle introduite au point précédent et seront choisis conformément aux recommandations faites pour les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale

## 8. DIMENSIONNEMENT DES ARBRES

La forme et les dimensions des deux arbres doit être précisé à ce stade. Elles seront toutefois définitivement établies après les étapes de vérification de la résistance (v.chapitres10,13).

Pour estimer le diamètre de l'arbre sur lequel sera montée la roue menée il faut suivre les étapes suivantes:

- on prend les valeurs normalisées des bouts d'arbres ( relation 2.1 et annexe 2)
- on choisit la bague à lèvres correspondant à chaque arbre c'est à dire  $D$ , le diamètre extérieur et  $h$  la longueur : le diamètre de la bague à lèvres  $d_{el,II}$  tel que :

$$d_{el,II} = d_{I,II} + (8 - 10) \quad (\text{voir l'annexe 17}) \quad (8.1)$$

- on fixe le diamètre intérieur du roulement ( diamètre du tourrillon) comme :

$$d_{rl,II} = d_{el,II} + (5 - 8) \quad (8.2)$$

Il faut également que ce diamètre soit multiple de 5.

Les roulements sont choisis aux annexes 18 et 19 . On trouve le diamètre extérieur  $D$  , la largeur ,  $B$ , ainsi que les facteurs de charge dynamique et statique (  $C$  et  $C_0$ ).

- Le diamètre d'assemblage de la roue menée sera supérieur au diamètre intérieur du roulement  $d_{rl,II}$

$$d_{assemblage} = d_{rl,II} + (8 - 10) \quad (8.3)$$

- Le diamètre et la largeur du moyeu seront établis après le calcul de la clavette de fixation de la roue menée ( v.chapitre 9).

## 9. CHOIX ET VERIFICATION DES CLAVETTES

L'assemblage des roues dentées, des poulies de courroie et des accouplements sur les arbres est réalisé d'habitude à l'aide des clavettes à faces parallèles. On utilise parfois d'autres types d'assemblages (assemblages à serrage propre, assemblages par cannelures, assemblages par des clavettes à faces inclinées ou par serrage par cône).

D'habitude les pignons ont des diamètres proches des diamètres des arbres de manière à les exécuter dans un même bloc que l'arbre. On choisit cette solution si le

diamètre de pied de la roue dentée  $d_f$  satisfait la condition  $d_f \leq (1,4 \dots 1,5)d_a$  où  $d_a$  est le diamètre de l'arbre au voisinage de la roue dentée.

Après avoir estimé le diamètre de l'arbre  $d_{\text{assemblage}}$  dans la zone d'assemblage par clavette à faces parallèles, on choisit les dimensions  $b \times h$  de la section de la clavette dans norme (l'annexe 20). On détermine ensuite la longueur de la clavette et on vérifie sa résistance pour des sollicitations en pression et en cisaillement:

$$\sigma_s = \frac{4M_t}{h \cdot l_c \cdot d_a} \leq \sigma_{a_s} \quad (\sigma_{a_s} = 90 - 120 \text{ N/mm}^2) \quad (9.1)$$

$$\tau_f = \frac{2M_t}{b \cdot l \cdot d_a} \leq \tau_{a_f} \quad (\tau_{a_f} = 60 - 80 \text{ N/mm}^2) \quad (9.2)$$

où  $l_c$  est la longueur de contact de la clavette avec la rainure dans le moyeu. Elle est fonction de la forme et de la longueur  $l$  de la clavette :

- $l_c = l - b$  pour une clavette de type A (les deux têtes arrondies)
- $l_c = l - \frac{b}{2}$  pour une clavette de type C (une tête arrondie)
- $l_c = l$  pour une clavette de type B (têtes droites).

Evidemment, la largeur du moyeu  $l_B$  sera suffisamment grande pour pouvoir permettre la réalisation du contact sur la longueur  $l_c$  ( $l_B \geq l_c$ ). Si la longueur de contact  $l_c$  obtenue est plus grande que celle calculée précédemment, on peut utiliser deux clavettes à faces parallèles ou même des cannelures pour ne pas surdimensionner le moyeu.

## **10. CALCUL DES REACTIONS. TRACE DES DIAGRAMMES DES MOMENTS FLECHISSANTS ET DES MOMENTS DE TORSION**

Pour pouvoir choisir les roulements et vérifier les dimensions des arbres, il faut trouver les réactions sur les appuis et tracer les diagrammes de variation des moments fléchissants et des moments de torsion. L'opération est difficile car on ignore les distances entre les appuis et les points d'application des forces lors de l'engrènement.

Les étapes à parcourir sont les suivantes:

**a. Réaliser un schéma du réducteur** (annexes 21 et 22) en utilisant les éléments géométriques des roues dentées, en appréciant les distances entre les roues ainsi que celles entre les roues et le carter, en estimant les largeurs des roulements et les distances

nécessaires pour la fixation des roulements. On établira les distances entre les appuis et les points d'application des forces sur base de ce schéma. Chaque arbre est considéré comme s'appuyant à la demi-largeur des roulements et les forces dans l'engrènement sont considérées comme des forces concentrées appliquées à la demi-largeur des roues.

**b. Tracé du schéma de chargement et appui de chaque arbre.** On va réaliser les schémas de chargement et d'appui de chaque arbre dans deux plans perpendiculaires (horizontal et vertical) car les forces dans les engrenages ne sont pas coplanaires. Sur l'arbre d'entrée, on considère que la force due à la transmission par courroies trapézoïdales est une force concentrée appliquée à la demi-largeur de la roue de courroie (en porte à faux).

**c. Calcul des réactions dans les appuis et tracé des diagrammes des moments fléchissants.** On va le réaliser dans les deux plans perpendiculaires (horizontal et vertical). Dans un appui quelconque (indiqué A), on a une réaction normale dans le plan vertical  $V_A$  et une autre dans le plan horizontal  $H_A$ . On obtient la réaction résultante (force radiale):

$$F_{r_A} = \sqrt{V_A^2 + H_A^2}.$$

La détermination de la réaction axiale dans les appuis dépend du type de roulement utilisé et du type du montage choisi.

Lors du tracé des diagrammes des moments fléchissants, on doit considérer les forces axiales dans les engrenages comme des forces parallèles aux axes des arbres, mais leur action est excentrée par rapport aux axes à des distances égales aux rayons primitifs des roues respectives. Elles donnent donc des moments fléchissants concentrés qui déterminent des variations dans les diagrammes de moments fléchissants.

**d. Tracé des diagrammes de variation des moments de torsion.** Celui-ci est fait en considérant les chemins de transmission de la puissance sur chaque arbre.

## 11. CHOIX ET VERIFICATION DES ROULEMENTS

On va choisir le type de roulement utilisé pour l'appui de chaque arbre, puis leur grandeur et enfin on va vérifier leur durée de vie.

Les arbres des réducteurs sont en général des arbres courts ( $l/d < 10$ ) où  $l$  est la distance entre les appuis et  $d$  est le diamètre moyen de l'arbre et, par conséquent, ils ont une rigidité en flexion élevée. Donc les angles d'inclinaison des lignes d'action des forces dans les appuis sont réduits, ce qui permet l'utilisation des roulements radiaux à billes et

des roulements axiaux-radiaux à galets coniques (qui imposent des conditions restrictives au regard de l'inclinaison dans les appuis). Dans la suite, on va discuter le choix et la vérification des roulements radiaux à billes et des roulements radiaux-axiaux à galets coniques.

### **A. Les roulements à billes à contact radial**

Ils reprennent principalement des forces radiales, mais ils peuvent reprendre également des charges axiales. On peut utiliser deux types de montages (v. fig. 11.1):

**a) Le montage à roulement menant et roulement libre** est utilisé spécialement pour les arbres longs. On choisit, en général, comme roulement menant le roulement dont le chargement radial est le plus petit. Il est fixé axialement, sur l'arbre et dans le carter, dans les deux sens et va reprendre toute la charge axiale de l'arbre. Le roulement libre est fixé axialement dans les deux sens sur l'arbre. Il est laissé libre dans le carter pour compenser les dilatations thermiques différentes en fonctionnement entre l'arbre et le carter. Le roulement libre reprendra seulement la force radiale (réaction normale résultante dans l'appui concerné), son chargement axial étant nul.

**b) Le montage flottant des roulements** suppose la fixation axiale de chaque roulement dans un seul sens sur l'arbre (vers l'intérieur du réducteur) et en sens opposé (vers l'extérieur) dans le carter. On laisse d'habitude un jeu axial de 0,5 ... 1 mm pour compenser les différences de dilatation entre l'arbre et le carter. Dans ce montage, la force axiale est prise par le roulement vers lequel elle est orientée. Le montage flottant est utilisé pour les arbres courts; il est plus simple mais il peut conduire à un déséquilibre accentué du chargement des deux roulements (dans le cas où le roulement à chargement radial serait le plus grand, il reprendrait aussi la force axiale).

**Les étapes successives dans le choix des roulements à billes à contact radial** sont:

1. Détermination du type du montage : montage à roulement menant et roulement libre ou montage flottant,
2. Estimation du diamètre de l'arbre au droit du roulement en tenant compte des dimensions des arbres établies lors du dimensionnement préliminaire (cf. chap. 2). Pour les arbres qui sortent à l'extérieur du réducteur (I et II), on a établi le diamètre de tête des arbres  $d_{I,II}$ . On choisira pour ceux-ci les diamètres des tourillons au droit des roulements conformément à la relation:

$$d_{rul,II} = d_{I,II} + (12...18) \text{ mm} \quad (11.1)$$

Les diamètres choisis pour les tourillons sur lesquels on fait le montage des roulements doivent satisfaire à la condition:

$$d_{rul,II} = 5k \text{ ou } k \in \mathbb{N} \quad (11.3)$$

**3.** Sélection dans les catalogues des roulements des constructeurs, pour chaque arbre, des dimensions du roulement à billes (série de diamètres et largeurs). Pour le diamètre estimé du tourillon, on trouve dans les catalogues plusieurs grandeurs de roulements à billes à contact radial (séries de diamètres et largeurs 0, 2, 3 ou 4) qui, pour un même diamètre de l'alésage de la bague intérieure ( $d = d_{rul}$ ), ont des diamètres extérieurs (D) et des largeurs (B) différentes. On va essayer, au début, de choisir un roulement des séries moyennes (2 ou 3) et, en fonction de la durée de vie obtenue, on peut passer à la série inférieure (0) ou supérieure (4).

L'annexe 18 présente un extrait de la norme pour le choix des roulements radiaux à billes.

**4.** Vérification des roulements choisis en déterminant leur durée de vie  $L_h$  (en heures). Celle-ci doit être supérieure à une durée de fonctionnement admissible  $L_{h_a}$  qui, pour les réducteurs, a une valeur comprise entre 12 000 heures et 20 000 heures.

En pratique, le choix et la vérification d'un roulement à billes à contact radial se déroulent conformément aux étapes suivantes :

**a.** Les données d'entrée

- le diamètre du tourillon au droit du roulement  $d_{rul}$  (mm);
- la vitesse de rotation de l'arbre  $n$  (tr / min);
- le chargement radial des deux roulements:  $F_{r_1}, F_{r_2}$  (N) – les réactions normales dans les deux appuis;
- le chargement axial  $F_a$  (N) – force axiale résultante due aux roues montées sur l'arbre;
- la durée de vie admissible  $L_{h_a} = 12000...20000$  heures.

**b.** Le choix du type de montage et l'établissement du chargement axial de chaque roulement. Si le roulement 1 est menant  $F_{a_1} = F_a$  et  $F_{a_2} = 0$ . Si le roulement 2 est menant  $F_{a_1} = 0$  et  $F_{a_2} = F_a$ . Si on a un montage flottant, on va faire le calcul pour la situation la plus désavantageuse pour laquelle toute la force axiale est reprise par le roulement à chargement radial le plus grand;

c. On choisit un roulement à billes à contact radial d'une série moyenne (2 ou 3) pour le diamètre de tourillon  $d = d_{rul}$  et l'annexe 18 nous donne la capacité de chargement dynamique  $C$  (N) ou charge dynamique de base et la capacité de chargement statique  $C_0$  (N) pour le roulement choisi.

d. On calcule  $\frac{F_a}{C_0}$  pour chaque roulement et on choisit  $e$  et  $Y$  (éventuellement par interpolation linéaire) dans le tableau de l'annexe 18.

e. On calcule  $\frac{F_a}{F_r}$  pour chaque roulement ensuite, on détermine la charge dynamique équivalente:

$$\text{- si } \frac{F_a}{F_r} \leq e \text{ on a } P = F_r \quad (11.4)$$

$$\text{- si } \frac{F_a}{F_r} > e \text{ on a } P = XF_r + YF_a.$$

où  $X = 0,56$  (le même pour tous les roulements à billes à contact radial) et  $Y$  a la valeur choisie précédemment.

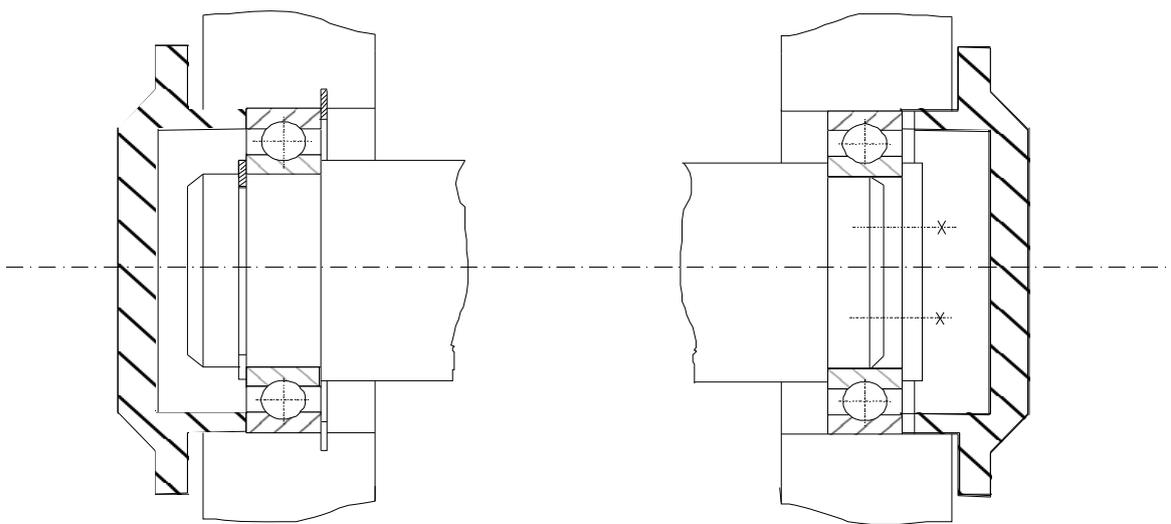
f. On calcule la durée de vie de chaque roulement:  $L$  (millions de rotations) et  $L_h$  (en heures) avec:

$$L = \left( \frac{C}{P} \right)^3 \quad (\text{ en millions de rotations}) \quad (11.5)$$

et 
$$L_h = \frac{L \cdot 10^6}{n \cdot 60} \quad (\text{ en heures}) \quad (11.6)$$

g. Si les deux roulements d'un arbre vérifient la condition  $L_h \geq L_{h_a}$  le choix est correct (éventuellement on peut essayer le choix d'un roulement de la série inférieure si l'inégalité est accentuée); tandis que si  $L_h < L_{h_a}$  pour le roulement essayé, on sélectionne un roulement à billes à contact radial d'une série supérieure ou on choisit des roulements radiaux-axiaux à galets coniques.

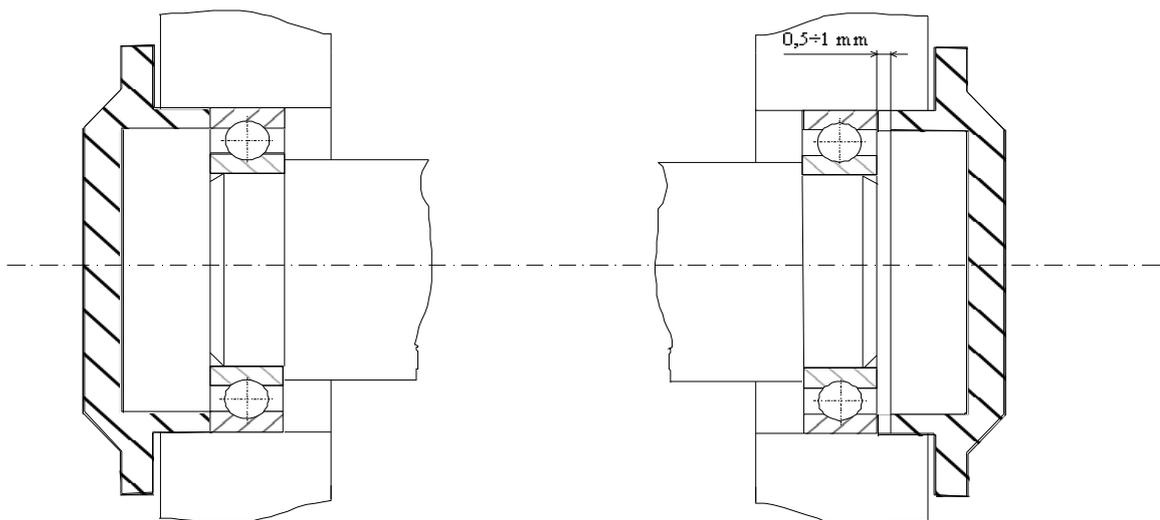
On peut aussi essayer d'augmenter le diamètre du tourillon au droit du roulement, mais cette solution est désavantageuse, car elle implique une augmentation de l'encombrement et du poids de l'arbre.



Roulement menant

Roulement libre

a



b

**Fig. 11.1.** Montages des roulements à billes à contact radial

### **B. Les butées radiales - axiales à galets coniques**

Les butées radiales - axiales à galets coniques supportent des charges radiales ainsi que des charges axiales grâce au contact entre les galets et le chemin de roulement dans les bagues. Ils ont, à dimensions égales, une capacité de chargement et une durée de vie plus

grandes que les butées à billes. On peut utiliser deux types de montages pour les butées radiales – axiales à galets coniques (cf. fig.11.2).

- a. montage en “O “
- b. montage en “X “

**a. Le montage en “O “** est utilisé dans le cas où la distance entre les butées est réduite (les roues étant montées en porte à faux). Dans ce cas, on réalise une augmentation de la distance entre les centres de pression des deux butées par rapport à la situation du montage en “X “. Ce type de montage est utilisé pour l’appui de l’arbre du pignon conique.

Le réglage du jeu dans les butées (au montage) afin de compenser les différences de dilatation entre l’arbre et le carter en fonctionnement est réalisé à l’aide d’un écrou agissant sur la bague intérieure de la butée.

**b. Le montage en “X “** est utilisé pour des arbres plus longs, sur lesquels les roues sont montées entre les paliers. Le réglage du jeu dans les butées est réalisé à l’aide des couvercles qui fixent les bagues extérieures.

Les bagues radiales – axiales à galets coniques introduisent des forces axiales supplémentaires (intérieures)  $F_{a_s}$ . Une telle butée chargée par des forces radiales  $F_r$ ,

introduit une force axiale supplémentaire égale à:

$$F_{a_s} = 0,5 \frac{F_r}{Y} \quad (11.7)$$

où  $Y$  est le coefficient de la force axiale dans l’expression de la charge dynamique équivalente. Il est sélectionné pour chaque butée dans les catalogues des constructeurs (cf. annexe 19).

Trois forces axiales agissent usuellement sur un arbre appuyé sur deux butées à galets coniques (montés en “ $\vec{O}$ ” ou en “ $\vec{X}$ ”), ce sont:

- la force axiale  $\overline{K_a}$  provenant du fonctionnement des différents éléments de machines montés sur les arbres (roues dentées, accouplements, etc.),
- les forces axiales supplémentaires  $\overline{F_{a_{s_1}}}$  et  $\overline{F_{a_{s_2}}}$  des deux butées. Les deux forces supplémentaires introduites par les butées sont calculées en utilisant la relation (11.7). Leur sens dépend du type du montage (v.fig.11.2).

Pour le choix et la vérification des butées radiales – axiales à galets coniques, il est nécessaire de déterminer le chargement axial de chaque butée. On applique l’algorithme suivant:

- on détermine le sens de la résultante  $\overline{R_a}$  de toutes les forces axiales sur l’arbre:

$$\overline{R_a} = \overline{K_a} + \overline{F_{a_{s_1}}} + \overline{F_{a_{s_2}}};$$

- la butée qui porte des charges axiales ayant le sens de la résultante est considérée comme chargée avec la somme (vectorielle) de la force axiale  $\overline{K_a}$  et de la force axiale supplémentaire de l'autre butée;
- la deuxième butée est considérée (conventionnellement) comme chargée avec sa propre force axiale supplémentaire.

Les étapes parcourues pour le choix et la vérification des butées radiales – axiales à galets coniques sont:

- a. Choisir le type du montage (en “ $\vec{O}$ ” et “ $\vec{X}$ ”);
- b. Etablir le diamètre du tourillon au contact avec les butées en conformité avec les éléments précisés pour les butées radiales à billes;
- c. Pour le diamètre du tourillon établi au point b, on choisit une butée radiale – axiale à galets coniques d'une série moyenne de diamètres et largeurs, en utilisant les catalogues des constructeurs. L'annexe 19 présente un extrait de la norme se référant aux butées aux galets coniques. Une fois la butée choisie, on détermine les coefficients  $e$  et  $Y$ .
- d. Calculer les charges axiales supplémentaires introduites par les deux butées conformément à la relation (11.7);
- e. Appliquer l'algorithme permettant de déterminer le chargement axial de chaque butée;
- f. Calculer le rapport  $F_a / F_r$  pour chaque butée;
- g. Calculer la charge dynamique équivalente  $P$ ;
  - si  $\frac{F_a}{F_r} \leq e$  alors  $P = F_r$ ,
  - si  $\frac{F_a}{F_r} > e$  alors  $P = XF_r + YF_a$  avec  $X = 0,4$  (mêmes pour les butées à galets coniques), et  $Y$  est indiqué dans les catalogues pour chaque butée.

- h. Calculer la durée de vie des deux butées (en millions de rotations) avec la relation:

$$L = \left( \frac{C}{P} \right)^{10/3} \quad (\text{en millions de rotations}) \quad (11.8)$$

où  $C$  est la capacité de chargement dynamique de la butée ou charge dynamique de base;

- i. Calculer la durée de vie des deux butées (en heures) avec la relation :

$$L_h = \frac{L \cdot 10^6}{n \cdot 60} \quad (\text{heures}) \quad (11.9)$$

j. Si la condition  $L_h \geq L_{h_a}$  est vérifiée pour les deux butées de l'arbre, le choix est correct.

On peut éventuellement essayer de choisir une butée de dimensions inférieures si l'inégalité est accentuée. Tandis que si  $L_h < L_{h_a}$ , on choisit une butée à galets coniques ayant des dimensions supérieures.

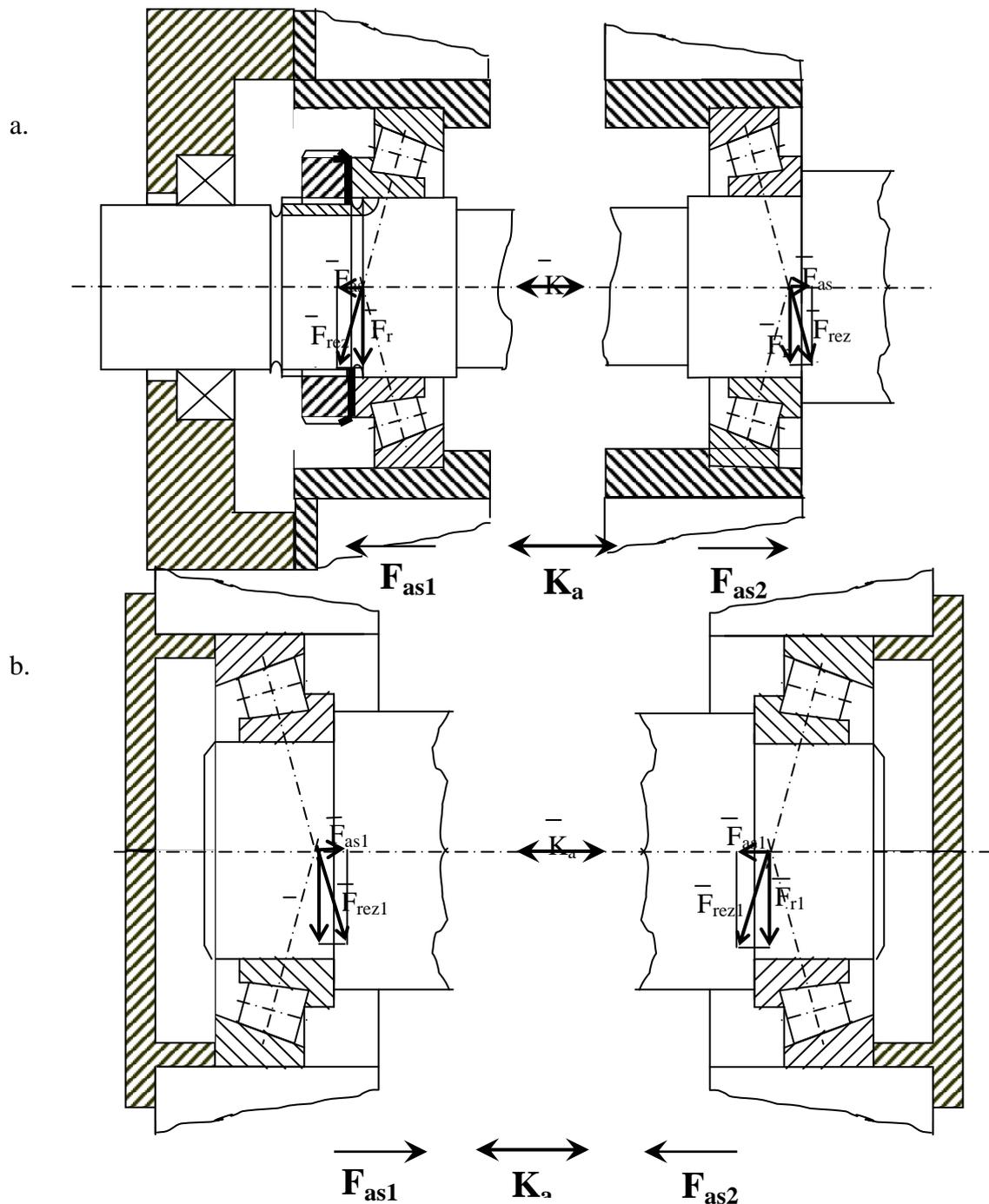


Fig. 11.2. Montages des butées radiales – axiales à galets coniques

## 12. CHOIX ET VERIFICATION DES ACCOUPLEMENTS

On va présenter le choix des accouplements élastiques à boulons et à flasques.

### 12.1. ACCOUPLEMENT ELASTIQUE A BOULONS (Annexe 3)

Il assure la transmission élastique du moment de torsion (atténuation des chocs) en intercalant sur le trajet de la puissance transmise des douilles en caoutchouc.

La grandeur de l'accouplement est choisie en fonction du moment de torsion nominal ( $M_{t_n}$ ) conformément à la condition:

$$M_{t_c} = C_s \cdot M_{t_{II}} \leq M_{t_n} \quad (12.1)$$

où:

$M_{t_c}$  est le moment de torsion de calcul;

$M_{t_{II}}$  est le moment de torsion de l'arbre de sortie du réducteur (sur lequel se trouve l'accouplement);

$C_s$  - coefficient de sécurité dépendant de la nature du moteur, de la machine de travail et du régime de fonctionnement. Dans le cas d'une transmission d'utilisation générale, on peut prendre  $C_s = 1$ .

Pour chaque grandeur d'accouplement, la norme fournit certaines valeurs du diamètre du bout d'arbre sur lequel on fait le montage de l'accouplement. Si le diamètre de la tête de l'arbre II (sur lequel se trouve l'accouplement) choisi au point 2 est inférieur à celui nécessaire, on utilisera des demi-accouplements de type *P*. Un demi-accouplement *P* est livré avec les trous déjà faits à un diamètre  $d$  réduit, diamètre qui peut être agrandi à la valeur  $d_0$ .

On doit vérifier la résistance de la tête de l'arbre ainsi que la résistance de la clavette à faces parallèle qui réalise l'assemblage de l'accouplement avec l'arbre.

Un accouplement à boulons est exécuté de deux manières:

- type *N* – accouplement normal;
- type *B* – accouplement à douilles d'écartement.

De même, on doit mentionner que dans la composition de l'accouplement on peut avoir des demi-accouplements de même type ou de types différents.

*Exemple pour la notation d'un accouplement élastique à boulons:*

CEB 7N – P63/K71 – OT 60-3 – accouplement élastique à boulons de grandeur 7, type *N*, composé d'un demi-accouplement type *P* à diamètre d'alésage 63 mm et d'un autre demi-accouplement de type *K* à diamètre d'alésage 71 mm. Ces deux demi-accouplements sont exécutés en acier OT 60-3.

## 12.2. ACCOUPLEMENTS A FLASQUES (Annexe 4)

Ils réalisent la transmission rigide du moment de torsion (n'atténuent pas les chocs). Les vis qui fixent les flasques peuvent être montées avec ou sans jeu (ajustées) dans les trous des flasques. Pour éviter l'apparition des sollicitations supplémentaires, on peut avoir un système de centrage sous la forme de seuil de centrage ou d'un anneau de centrage.

Les accouplements à flasques sont exécutés selon deux variantes constructives:

- type CFO – pour l'accouplement des arbres horizontaux;
- type CFV – pour l'accouplement des arbres verticaux.

La grandeur d'un accouplement est choisie en fonction du moment de torsion nominal  $M_{t_n}$  que l'accouplement peut transmettre conformément à la condition:

$$M_{t_c} = C_s \cdot M_{t_{II}} \leq M_{t_n} \quad (12.2)$$

où:

$M_{t_c}$  est le moment de torsion de calcul;

$M_{t_{II}}$  est le moment de torsion à l'arbre de sortie du réducteur (II) sur lequel se trouve l'accouplement;

$C_s$  est le coefficient de sécurité. Il dépend de la nature du moteur, des conditions de travail et du régime de fonctionnement. Dans le cas d'une transmission d'utilisation générale, on peut prendre  $C_s = 1$ .

*Exemple pour la notation d'un accouplement à flasques:*

CFO 6-35 – accouplement à flasques pour les arbres horizontaux, de grandeur 6, de diamètre nominal de bout d'arbre valant 35 mm.

On recommande la vérification des vis d'un accouplement pour une sollicitation composée (traction et torsion) pour les vis montées avec jeu et pour le cisaillement pour les vis ajustées.

### A. Cas des vis montées avec jeu

Le moment de torsion est transmis par le frottement entre les flasques qui sont pressées par les forces créées dans les  $i_s$  vis au montage. La force axiale qui naît dans une vis par le serrage de l'écrou au montage est:

$$F_a = \frac{2M_{t_c}}{K \cdot \mu \cdot i_s} \quad (12.3)$$

où :  $K$  est le diamètre du cercle sur lequel on fait le montage des vis;  
 $\mu$  est le coefficient de frottement entre les flasques ( $\mu \approx 0,15 \dots 0,2$ );  
 $i_s$  est le nombre de vis.

La tige de la vis est sollicitée en:

- traction:

$$\sigma_{t_s} = \frac{4F_a}{\pi d_1^2} \quad (12.4)$$

où:  $d_1$  est le diamètre intérieur du filet.

- torsion ( moment du serrage de l'écrou par la clé lors du montage):

$$\tau_{t_s} = \frac{M_{ts}}{W_s} = \frac{F_a \cdot \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi')}{\frac{\pi d_1^3}{16}} \quad (12.5)$$

où:

$M_{t_s}$  - Le moment de torsion qui apparaît dans la vis au serrage de l'écrou;

$W_s$  - Le module de résistance polaire de la section de la vis;

$d_1, d_2$  - respectivement le diamètre intérieur et le diamètre moyen du filet;

$\alpha_2$  - L'angle d'hélice du filetage;

$$\alpha_2 = \operatorname{arctg}(p / \pi d_2) \quad \text{avec } p - \text{le pas du filet;}$$

$\varphi'$  - L'angle de frottement apparent entre les filets de la vis et de l'écrou;

$$\varphi' = \operatorname{arctg}(\mu / \cos 30^\circ) \quad \text{pour le filet métrique}$$

avec  $\mu$  étant le coefficient de frottement ( $\mu = 0,1 \dots 0,15$ ).

Les deux efforts unitaires sont composés. D'après la théorie de la résistance des matériaux, on obtient l'effort unitaire équivalent:

$$\sigma_{ech_s} = \sqrt{\sigma_{t_s}^2 + 4\tau_{t_s}^2} \quad (12.6)$$

qui doit vérifier la condition:

$$\sigma_{ech_s} \leq \sigma_{a_t} = 90 \dots 120 \text{ N / mm}^2 \quad (12.7)$$

## B. Cas des vis ajustées.

La tige de la vis est soumise au cisaillement sous l'action d'une force tangentielle  $F_t$  provenant du moment de torsion transmis. Son expression est:

$$\tau_{f_s} = \frac{F_t}{A_s} = \frac{2M_{tc}}{K \cdot i_s \cdot \frac{\pi d_3^2}{4}} \leq \tau_{af} = 60 \dots 80 \text{ N / mm}^2 \quad (12.8)$$

où:  $A_s$  est l'aire transversale de la vis ajustée (section);

$d_3$  est le diamètre du trou de montage de la vis ajusté (v. annexe 4).

## 13. VERIFICATION DES ARBRES

Après avoir déterminé la géométrie et les dimensions des différents tronçons de l'arbre, on vérifie les aspects suivants:

- a) la résistance à la fatigue en flexion de l'arbre,
- b) la résistance à une sollicitation composée (flexion et torsion),
- c) les déformations en flexion et en torsion,
- d) la résistance aux vibrations (calcul des vitesses critiques).

On détaillera uniquement la première de ces vérifications, à savoir la vérification de la résistance à la fatigue en flexion.

### a. Vérification de la résistance à la fatigue en flexion des arbres

Elle est réalisée dans les sections des arbres qui présentent des concentrations de contraintes (rainures de clavette, variations de sections, dégagements, filets etc.).

Considérons le cas général où dans une section à concentration de contraintes on a autant d'efforts unitaires de flexion que de torsion variables dans le temps.

On parcourra les étapes suivantes:

- On calcule les grandeurs caractéristiques d'une sollicitation en flexion variable.

Le moment fléchissant dans une section quelconque est constant dans le temps car l'effort de flexion dans une fibre quelconque varie d'après un cycle alterné symétrique à cause de la rotation de l'arbre.

On peut donc écrire:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{irez}}{W_z} = \frac{\sqrt{M_{iv}^2 + M_{iH}^2}}{W_z} \quad (13.1)$$

$$\sigma_{\min} = -\sigma_{\max} \quad (13.2)$$

où:  $M_{iv}$ ,  $M_{iH}$ ,  $M_{irez}$  représentent respectivement le moment fléchissant en plan vertical, le moment fléchissant en plan horizontal et le moment fléchissant résultant dans la section considérée (voir calculs du chapitre 10 appliqués à la section considérée).

De même, on peut calculer:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = 0; \quad \sigma_v = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \sigma_{\max} \quad (13.3)$$

où:  $\sigma_m$  est l'effort unitaire moyen et  $\sigma_v$  est l'amplitude de la sollicitation.

- On calcule le coefficient de sécurité par rapport à la fatigue pour la sollicitation de flexion en utilisant la relation de Soderberg ou celle de Serensen:

$$c_\sigma = \frac{1}{\frac{\beta_{k_\sigma}}{\varepsilon_\sigma \cdot \gamma} \cdot \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_c}} \quad (13.4)$$

$$c_\sigma = \frac{1}{\frac{\beta_{k_\sigma}}{\varepsilon_\sigma \cdot \gamma} \cdot \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1}} + \Psi_\sigma \frac{\sigma_m}{\sigma_{-1}}} \quad (13.5)$$

où:

$\beta_{k_\sigma}$  - Le coefficient de concentration des contraintes. Il dépend de la nature et de la géométrie locale (annexe 24)

$\varepsilon_\sigma$  - Le coefficient de dimensions (annexe 25)

$\gamma$  - Le coefficient d'état de surface (annexe 26)

$\sigma_{-1}$  - La résistance à la fatigue du matériau constitutif de l'arbre pour une sollicitation en flexion variable selon un cycle alternant symétrique (annexe 27)

$\sigma_c$  - La limite d'élasticité du matériau de l'arbre (annexe 27)

$\Psi_\sigma$  - Le coefficient est donné par la relation:

$$\Psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \quad (13.6)$$

L'annexe 27 présente les caractéristiques mécaniques de quelques aciers fréquemment utilisés lors de la construction des machines.

- On calcule pour la section considérée les éléments caractéristiques d'une sollicitation en torsion variable. Dans la plupart des cas, la sollicitation en torsion des arbres est variable d'après un cycle de type pulsateur. Dans ce cas:

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_p} \quad ; \quad \tau_{\min} = 0 \quad (13.7)$$

et donc:

$$\tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2} = \frac{1}{2} \tau_{\max} = \frac{M_t}{2 W_p} \quad (13.8)$$

$$\tau_v = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} = \frac{1}{2} \tau_{\max} = \frac{M_t}{2 W_p}$$

- On calcule le coefficient de sécurité à la fatigue pour la sollicitation de torsion en utilisant la relation de Soderberg (13.9) ou Serensen (13.10):

$$c_\tau = \frac{1}{\frac{\beta_{k_\tau}}{\varepsilon_\tau \cdot \gamma} \cdot \frac{\tau_v}{\tau_{-1}} + \frac{\tau_m}{\tau_c}} \quad (13.9)$$

$$c_{\tau} = \frac{1}{\frac{\beta_{k_{\tau}}}{\varepsilon_{\tau} \cdot \gamma} \cdot \frac{\tau_v}{\tau_{-1}} + \Psi_{\tau} \frac{\tau_m}{\tau_{-1}}} \quad (13.10)$$

où les coefficients  $\beta_{k_{\tau}}$ ,  $\varepsilon_{\tau}$  et  $\gamma$  ont des définitions analogues à celle de leur homologues définis pour la flexion. Ils sont présentés dans les annexes 24, 25, 26. Les valeurs des caractéristiques du matériau  $\tau_{-1}$ ,  $\tau_c$  sont choisies dans l'annexe 27.

$$\Psi_{\tau} = \frac{2\tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0} \quad (13.11)$$

- On calcule le coefficient de sécurité à la fatigue global pour la section considérée:

$$c = \frac{c_{\sigma} \cdot c_{\tau}}{\sqrt{c_{\sigma}^2 + c_{\tau}^2}} \geq c_a \quad (13.12)$$

où  $c_a$  est le coefficient de sécurité admissible :

- $c_a = 1,3 \dots 1,5$  si les sollicitations et les conditions de fonctionnement sont connues avec précision,
- $c_a = 1,5 \dots 2,5$  dans le cas inverse.

### b. Vérification de la résistance à la sollicitation composée (flexion et torsion)

La vérification est faite pour les sections où le moment équivalent est maximal ou pour celles dont l'aire est diminuée à cause des variations brutales de diamètre. Dans une telle section, on calcule:

- Le moment fléchissant résultant est  $M_{i_{rez}} = \sqrt{M_{iV}^2 + M_{iH}^2}$  (13.13)

où  $M_{iV}$  et  $M_{iH}$  représentent respectivement le moment fléchissant dans la section considérée en plan vertical et celui en plan horizontal;

- Le moment équivalent (réduit) dans la section considérée:

$$M_{ech} = \sqrt{M_{i_{rez}}^2 + (\alpha M_t)^2} \quad (13.14)$$

où  $\alpha$  est un coefficient qui tient compte des différents modes de variation dans le temps des efforts de flexion et de torsion (cf. tableau 13.1).

Tableau 13.1- Coefficient  $\alpha$

Nature de la variation de l'effort de flexion	Nature de la variation de l'effort de torsion	Valeur du coefficient $\alpha$
alternant symétrique	Constant I	$\alpha = \sigma_{ai_{III}} / \sigma_{ai_I}$
	Pulsateur II	$\alpha = \sigma_{ai_{III}} / \sigma_{ai_{II}}$
	Alternant symétrique III	$\alpha = \sigma_{ai_{III}} / \sigma_{ai_{III}} = 1$

Les efforts admissibles en flexion pour la sollicitation constante ( $\sigma_{ai_I}$ ), de type pulsateur ( $\sigma_{ai_{II}}$ ) ou alternée symétrique ( $\sigma_{ai_{III}}$ ) sont présentés dans l'annexe 28.

- La vérification à la sollicitation composée est faite avec la condition:

$$\sigma_{ech} = \frac{M_{ech}}{W_z} \leq \sigma_{ai_{III}} \quad (13.15)$$

## 14. CHOIX DU LUBRIFIANT ET DU SYSTEME DE GRAISSAGE DES ENGRENAGES

Le choix du lubrifiant pour les engrenages est réalisé en tenant compte des paramètres cinématiques, des paramètres de chargement des engrenages, du type d'engrenages et des caractéristiques des matériaux constitutifs.

Un paramètre important dans le choix du type de lubrifiant est la vitesse périphérique des roues dentées qui a la valeur suivante au niveau du cercle primitif:

$$v \equiv \frac{\pi d_{w1} n_I}{60000} \quad (m/s) \quad (14.1)$$

où:

$d_{w1}$  est le diamètre du cercle primitif du pignon (en mm),

$n_I$  est la vitesse du pignon (en tr/min).

On peut faire les recommandations suivantes au sujet du type du lubrifiant utilisé. Il dépend de la vitesse périphérique des roues dentées :

- pour  $v = (0...0,4)m/s \implies$  graphite ou bisulfure de molybdène;
- pour  $v = (0...0,8)m/s \implies$  graisse;
- pour  $v = (0,8...4)m/s \implies$  graisse ou huile
- pour  $v > 4m/s \implies$  huiles minérales ou synthétiques, additives ou non additives.

Lorsqu'on utilise de l'huile comme lubrifiant pour les engrenages cylindriques et coniques, on peut déterminer sa viscosité cinématique en utilisant le diagramme de l'annexe 29.

En abscisse, on a le facteur de chargement – vitesse  $k_s / v$  (en MPa/m)

$k_s$  est la pression Stribeck donnée par la relation:

$$k_s = \frac{F_t}{bd_1} \frac{u+1}{u} Z_H^2 Z_\varepsilon^2 \quad (\text{en MPa}) \quad (14.2)$$

où  $v$  est la vitesse tangentielle des roues au niveau des cercles primitifs (en m/s).

La viscosité établie avec le diagramme de l'annexe 29 permet de choisir l'huile adéquate sur tableau de l'annexe 31 reprenant diverses huiles utilisées pour des transmissions industrielles.

Le choix du système de graissage, c'est-à-dire la manière d'apporter le lubrifiant dans la zone d'engrènement, est fait en fonction du type et de la géométrie des roues ainsi que de leur vitesse périphérique.

**a. *Le graissage par immersion*** (barbotage) est utilisé pour des vitesses inférieures à 12 m/s. Pour un graissage efficace, la roue doit pénétrer dans l'huile. La profondeur d'immersion vaut au minimum un module et au maximum six modules pour l'étage le plus rapide ; elle vaut un tiers du diamètre de la roue ou 100 mm pour l'étage le plus lent.

Dans le cas d'un engrènement conique, la dent doit pénétrer dans l'huile sur toute sa largeur. La quantité d'huile sera prise égale à (0,35...0,7) litres pour chaque kW transmis et l'intervalle de changement de l'huile est usuellement (2500...3000) heures de fonctionnement.

**b. *Le graissage par circulation forcée d'huile*** est utilisé pour des vitesses inférieures à 20 m/s . On pulvérise l'huile à l'aide de gicleurs dirigés vers la zone d'engrènement. Pour des vitesses supérieures à 20 m/s, on utilise plutôt des gicleurs placés avant la zone d'engrènement. L'intervalle de re-circulation de l'huile est situé entre 0,5 et 2,5 minutes dans le cas du pompage de l'huile du bain. Il varie de 4 à 30 minutes lorsqu'on utilise un circuit extérieur.

# 15. ELEMENTS ENERGETIQUES DES REDUCTEURS A ROUES DENTEES

## 15.1. CALCUL DU RENDEMENT TOTAL DU REDUCTEUR

La puissance à la sortie du réducteur  $P_{II}$  est plus petite que celle à l'entrée,  $P_I$ , à cause des frottements lors de l'engrènement, des frottements dans les roulements et des frottements dus à l'entraînement de l'huile dans le bain. La différence de puissance correspond à la puissance perdue  $P_p$  :

$$P_p = P_I - P_{II} = P_a + P_l + P_u \quad (15.1)$$

où:

- $P_a$  est la puissance perdue par frottement lors des engrènements;
- $P_l$  est la puissance perdue dans les paliers (roulements);
- $P_u$  est la puissance perdue par agitation de l'huile (barbotage).

Le rendement total d'un réducteur à un étage est donné par la relation:

$$\eta_R = \frac{P_{II}}{P_I} = \eta_{a_{12}} \eta_r^2 \eta_{u_{12}} \quad (15.2)$$

où:

- $\eta_{a_{12}}$  est le rendement de l'engrenage formé par les roues 1 et 2
- $\eta_r$  est le rendement d'une paire de roulements;
- $\eta_{u_{12}}$  est le rendement dû aux pertes par barbotage de l'huile par l'engrenage 1-2.

### a. Rendement des engrenages $\eta_a$

Pendant engrènement il y a des pertes d'énergie d'origines multiples : les frottements par glissement, les frottements de roulement, la compression de l'air et de l'huile entre les dents etc.

La perte la plus importante est celle due aux frottements par glissement des flancs des dents en contact. La relation pour le calcul du rendement des engrenages cylindriques et coniques, en tenant compte des pertes par frottement par glissement est :

$$\eta_a = 1 - \frac{\pi \mu \varepsilon \alpha}{f \cos \beta} \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \quad (15.3)$$

où:

- $\mu$  - Le coefficient de frottement de glissement entre les flancs,

$\mu = 0,04 - 0,08$  pour des roues réalisées en aciers durcis superficiellement et rectifiés;

$\mu = 0,06 - 0,10$  pour des roues réalisées en aciers durcis superficiellement,

$\mu = 0,09 - 0,12$  pour des roues fraisées en aciers durcis superficiellement,

$\mu = 0,09 - 0,14$  pour des roues en aciers améliorés ou normalisés.

$\varepsilon_\alpha$  - le degré de recouvrement de l'engrenage (ou rapport de conduite apparent);

$\beta$  - l'angle d'inclinaison de la denture;

$f$  - coefficient égal à 2 pour les engrenages à denture droite ou à denture droite inclinée en période de rodage.  $f = 5$  pour les engrenages cylindriques à denture inclinée rodée;  $f = 2-3$  pour les engrenages travaillant à grande vitesse ( $v \geq 15 \text{ m/s}$ ).

### **b. Rendement des roulements**

Pour une paire de roulements, le rendement vaut:

-  $\eta_l = 0,995$  pour les roulements à billes;

-  $\eta_l = 0,99$  - pour les roulements à galets.

### **c. Rendement dû aux pertes par barbotage, $\eta_u$**

Le rendement dû aux pertes par barbotage se calcule séparément pour chaque roue dentée qui entre dans l'huile du bain via la relation :

$$\eta_u = 1 - \frac{P_u}{P_l} = 1 - \frac{\left[ \frac{bhv^{3/2}}{1,3 \cdot 10^4} \right]}{P} \quad (15.4)$$

où:

$b$  - La largeur de la roue dentée, en mm

$h$  - La profondeur d'immersion dans l'huile, en mm

$v$  - La vitesse périphérique de la roue, en m/s

$P$  - La puissance transmise par la roue considérée, en kW

Pour le graissage à jet d'huile,  $\eta_u = 1$ .

## **15.2. CALCUL DE LA TEMPERATURE DE FONCTIONNEMENT DU REDUCTEUR**

On peut calculer la température du réducteur pendant le fonctionnement en utilisant l'équation d'équilibre thermique. La chaleur produite par frottement est dissipée vers l'extérieur par le carter du réducteur (par convection et par rayonnement).

L'équation de bilan thermique du réducteur s'écrit:

$$P_p = P_c$$

où :

$P_p$  - La puissance perdue, en kW

$P_c$  - La puissance évacuée par le carter.

En remplaçant les puissances par leur expression, cette équation devient:

$$P_H \frac{(1 - \eta_R)}{\eta_R} = KS(t - t_0) \quad (15.5)$$

où:

-  $P_H$  est la puissance à la sortie du réducteur, en kW;

-  $\eta_R$  est le rendement total du réducteur;

-  $K$  est le coefficient global d'échange de chaleur entre le carter et l'environnement, kW/(m<sup>2</sup> °C). Usuellement, dans le cas du refroidissement naturel, on considère  $K = 0,012...0,018$  kW/(m<sup>2</sup> °C) pour des vitesses d'écoulement de l'air autour du réducteur comprises entre 0 et 1,5 m/s.

-  $S$  est la surface du carter refroidie à l'air (en m<sup>2</sup>). On rajoute à cette valeur :

- la moitié de la surface des nervures dans le cas d'un carter à nervures,
- la surface de la base du réducteur dans le cas du montage du réducteur sur une fondation métallique ou dans le cas d'un réducteur suspendu sur un cadre.

-  $t_0$  est la température de l'environnement (usuellement  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ ).

On déduit la température de fonctionnement du réducteur  $t$  de l'équation 15.5. Elle ne doit pas excéder une valeur admissible (usuellement  $80^\circ\text{C} - 90^\circ\text{C}$ ).

Une baisse appréciable de la viscosité de l'huile apparaît à des températures élevées, et on observe également une modification des jeux dans les roulements et les engrenages.

On peut agir de différentes manières lorsque la température de fonctionnement du réducteur calculée est supérieure la valeur limite  $t = 80^\circ\text{C} - 90^\circ\text{C}$ :

- agrandir la surface du carter par la création des nervures;
- réaliser un refroidissement forcé du carter par un ventilateur monté sur l'arbre d'entrée (accroissement du coefficient global d'échange de chaleur,  $K$ );
- utiliser un circuit de refroidissement en serpentin parcouru par l'eau de refroidissement dans le bain d'huile;
- réaliser le graissage via un circuit extérieur et un refroidisseur d'huile.

# 16. ELEMENTS CONSTITUTIFS DES REDUCTEURS DE TOURS A ROUES DENTEES CYLINDRIQUES ET CONIQUES

Les réducteurs à roues dentées sont réalisés comme des ensembles indépendants composés de mécanismes fermés dans des carters étanches. Les domaines d'utilisation multiples ont mené à une grande variété ainsi qu'à la réalisation de réducteurs pour une large gamme de puissance, de rapports de transmission, de positions relatives des arbres d'entrée et de sortie, de positions de fixation sur la machine entraînée et de positions de la fondation.

## 16.1. CONSTRUCTION DES ROUES DENTEES CYLINDRIQUES ET CONIQUES

Il existe une grande variété de formes de roues dentées. Le choix de la forme des roues dentées est un des éléments importants lors de la réalisation des réducteurs. Il y a à la base le critère économique (d'un emploi réduit de matière et de main d'œuvre), mais il est influencé d'une manière appréciable par la nécessité de remplir le rôle fonctionnel. L'ingénieur doit considérer les dimensions des roues, la technologie de réalisation du produit semi-fini, la technologie du traitement thermique appliqué ainsi que celle de la fabrication en série.

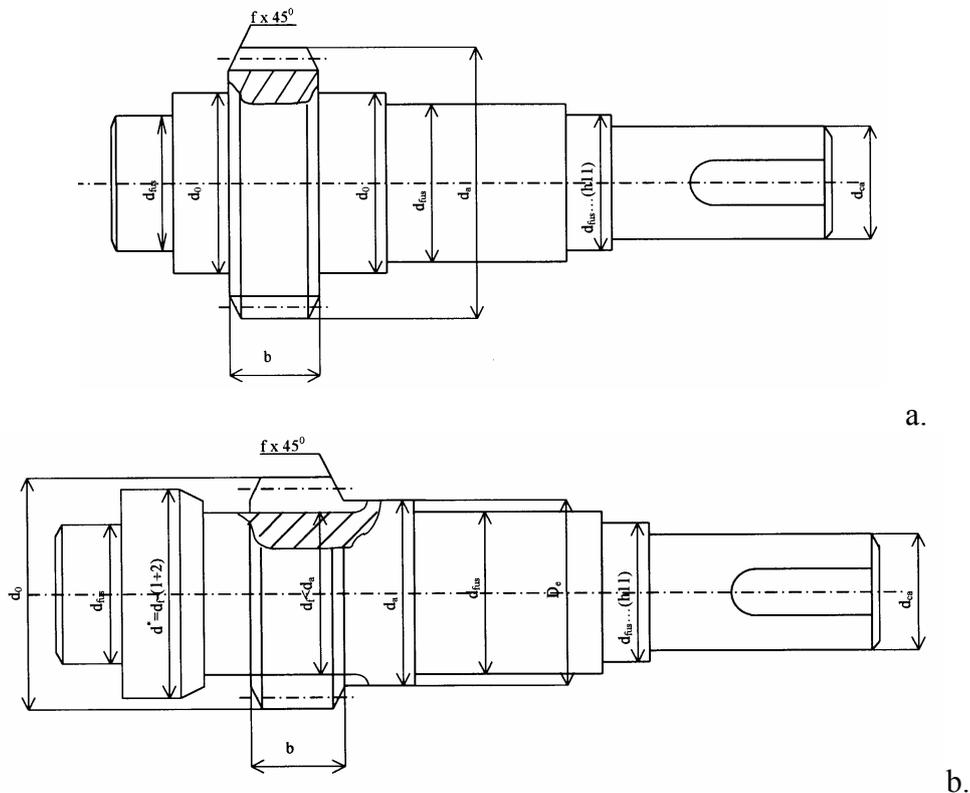


Fig. 16.1. a, b Arbre pignon cylindrique

Les roues dentées cylindriques de diamètre petit ( $d_a < d + 6h$ , où  $d$  est le diamètre de l'arbre et  $h$  la hauteur de la dent) se réalisent en une seule pièce avec l'arbre sous forme d'arbre pignon comme indiqué à la figure 16.1 a,b.

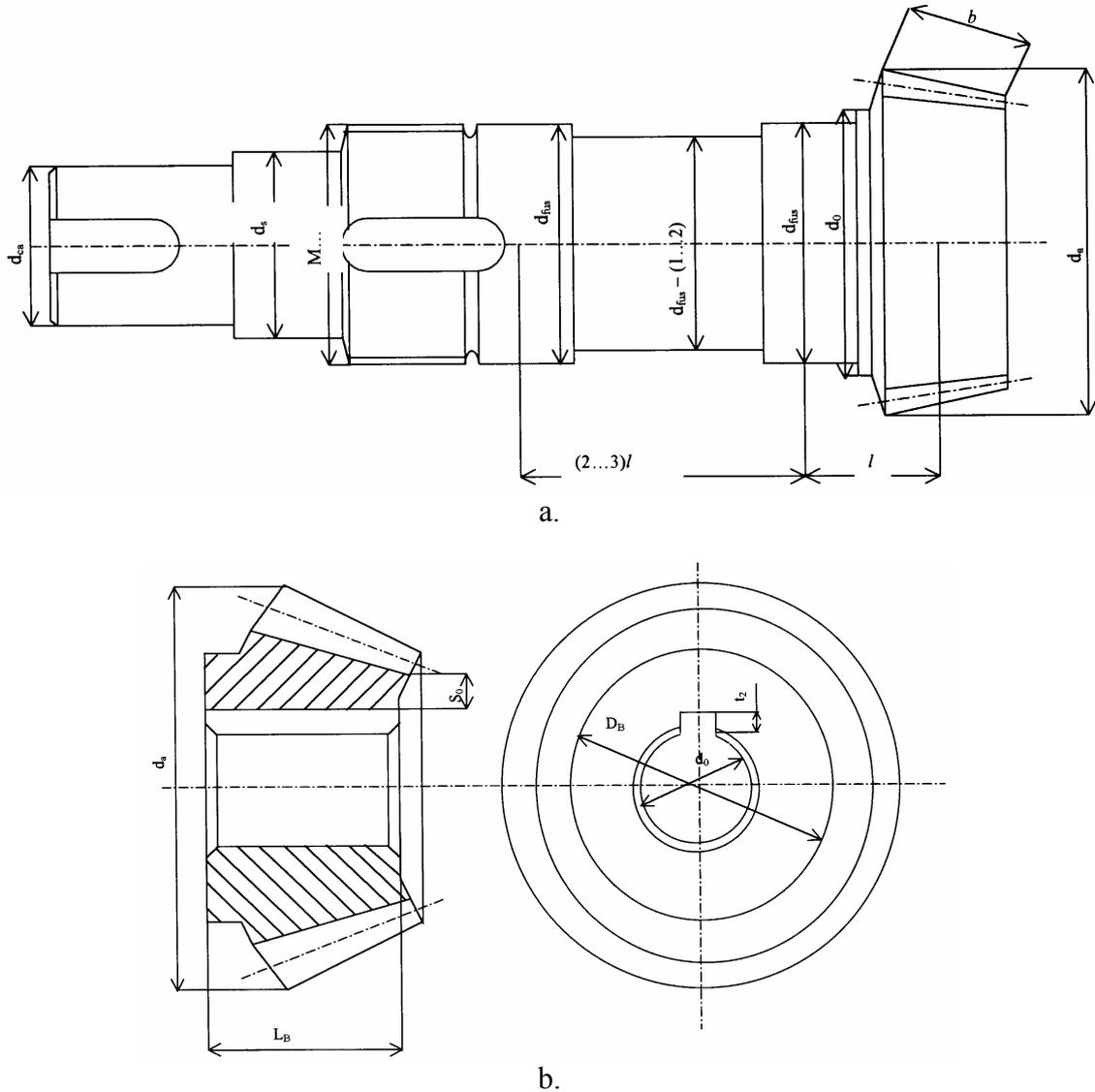


Fig. 16.2. Forme constructives de pignons coniques (arbre/pignon)(a) ou indépendante (b)

Le tableau 16.1 présente la corrélation entre les dimensions de la roue, sa construction et le traitement thermique appliqué pour les roues dentées cylindriques.

Tableau 16.1: Construction des roues dentées à diverses dimensions

Diamètre de la roue(mm)	Construction de la roue	Traitement thermique de la denture
1	2	3
Jusqu'à 200	Disque d'épaisseur uniforme (coupé d'une barre ou forgé librement)	Amélioration
Jusqu'à 500	Disque moulé	Amélioration Durcissement (trempe, cémentation, nitruration)

Tableau 16.1 (cont.)

1	2	3
200-1000	Anneau fretté sur le moyeu coulé à un seul disque	Amélioration
1000-2000	Anneau fretté sur le moyeu coulé à deux disques	Amélioration
300-2500	Construction soudée	Amélioration Trempe superficielle Nitruration dure
Jusqu'à 1500	Disque d'épaisseur uniforme (forgé dans une presse)	Cémentation - Trempe
2000-8000	Demi-anneaux ou segments coulés, joints mécaniquement	-

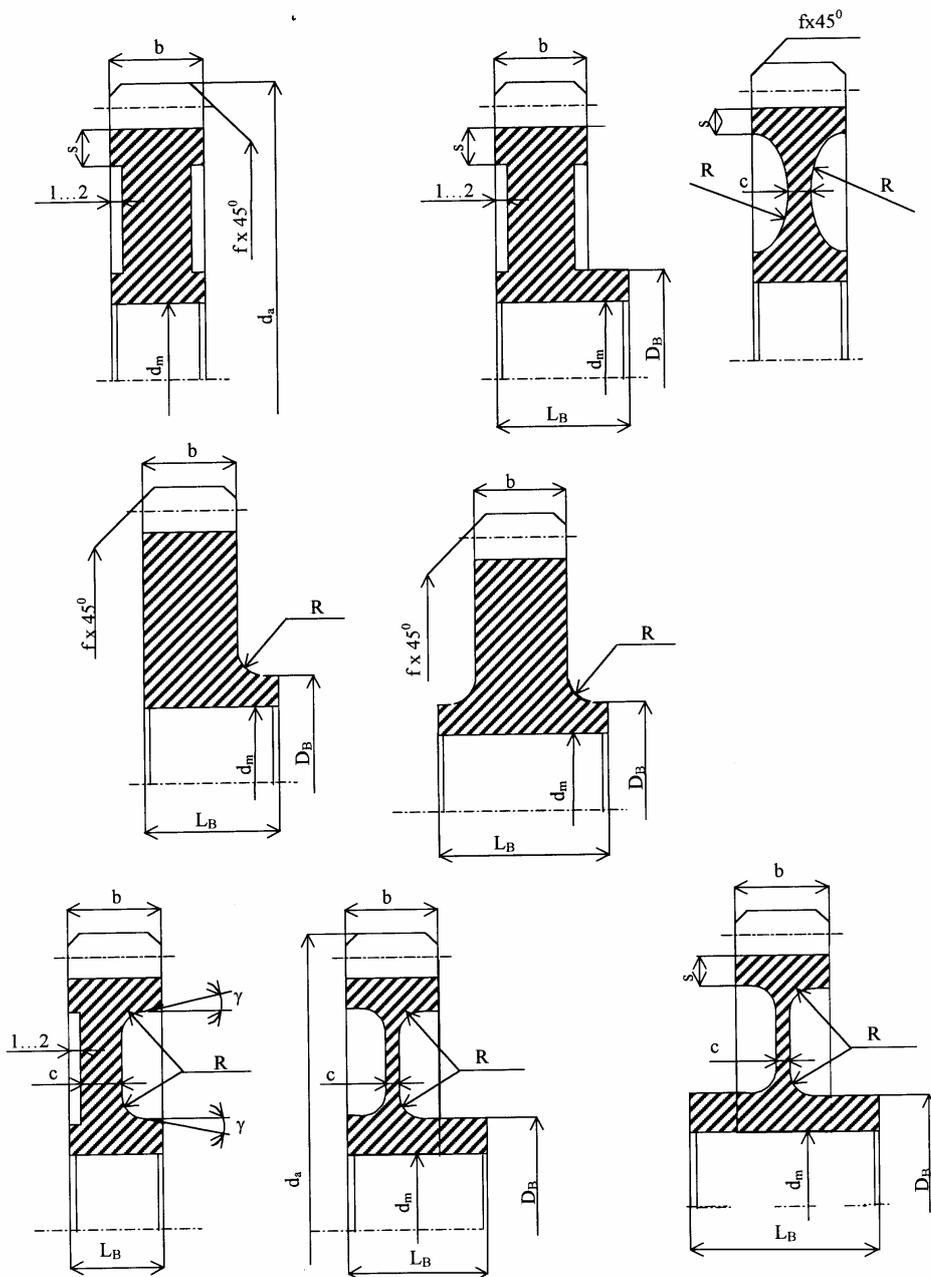
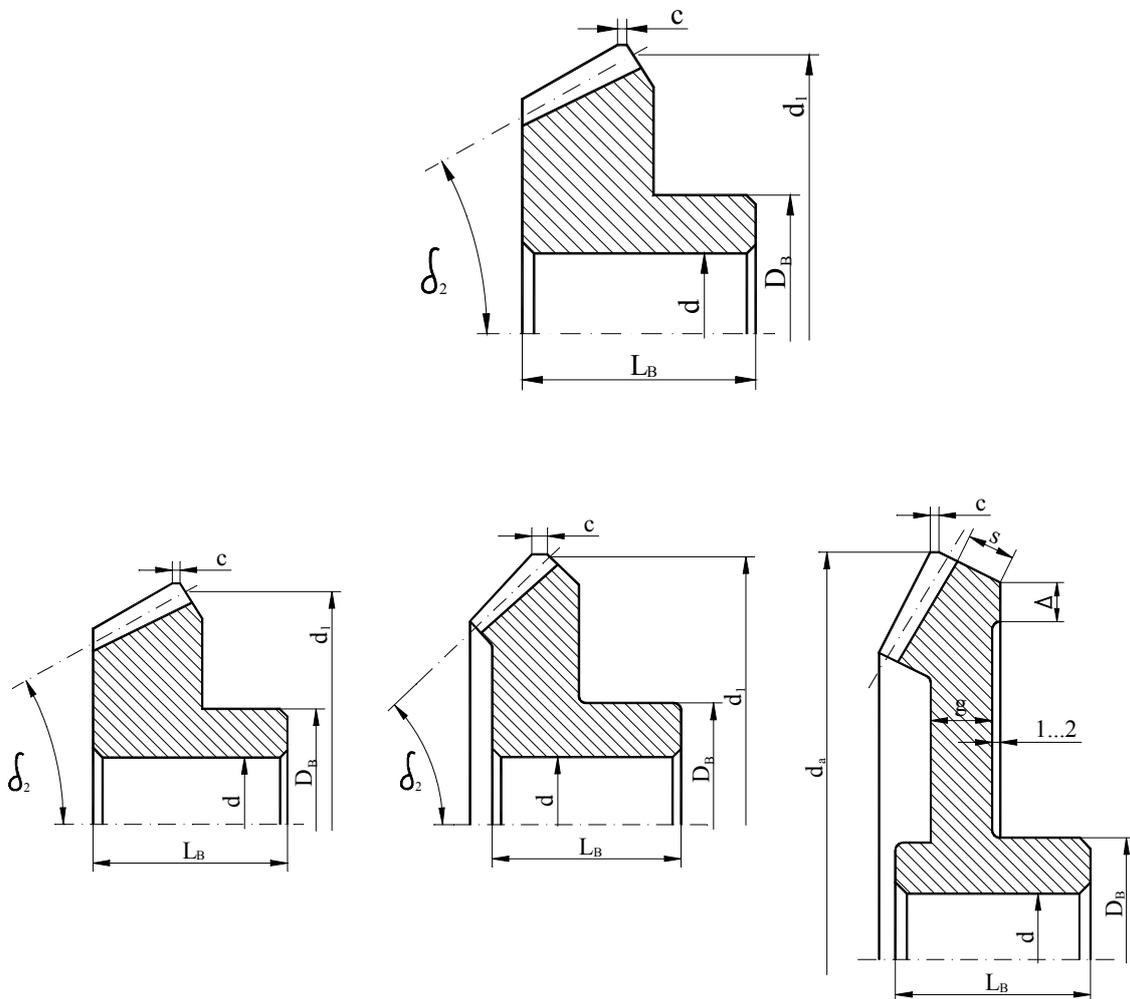


Fig. 16.3. Formes de roues dentées cylindriques

$b$  – La largeur de la roue  
 $d$  – Le diamètre de l'alésage de la roue (identique au diamètre de l'arbre)  
 $d_a$  – Le diamètre de tête de la roue  
 $R \geq 6$   
 $L_B \approx (0,8 - 1,5)d$   
 $D_B \approx 1,5d + 10$   
 $c \cong 1,2s$   
 $s \approx 2,5m + 2$   
 $\gamma \geq 7^\circ$   
 $f = 0,5m$   
 $c$  peut être choisi quand bien même il résulte du raccord correspondant  
 $R$  dépend des dimensions de la roue.



**Fig. 16.4.** Roues dentées coniques

Les roues dentées de diamètres grandes ( $d_a > d + 6h^1$  où  $d_a > 1,8d^2$ ) se réalisent sous forme de pièces séparées fixées sur l'arbre avec des clavettes à faces

parallèles, par cannelures ou par frettage. La fig.16.3 présente différentes constructions de ces roues. On y retrouve leurs principaux éléments géométriques. Le moyeu peut avoir la même largeur que la denture ou il peut être plus large. La croissance de la largeur du moyeu imposée par la longueur de contact avec la clavette à faces parallèle peut être réalisée symétriquement ou asymétriquement. Les mêmes considérations sont valables pour les roues dentées coniques.

Un tableau contenant les dimensions standardisées des paramètres de la denture doit figurer sur le dessin d'exécution des roues dentées.

Tableau 16.2: Paramètres de la denture des roues dentées cylindriques

Module normal		$m_n$	
Nombre de dents		$z$	
Angle d'inclinaison de division		$\beta$	
Sens de l'inclinaison de la dent		–	
Profil de référence		$\alpha_n - h_{0a}^* - c_0^*$	
Coefficient du déplacement du profil (déport)		$x$	
Marge de précision et jeu		–	
Longueur après $N$ dents		$W_N$	
Diamètre primitif		$d$	
Hauteur de la dent		$h$	
Roue	Nombre de dents	$z$	
Conjuguée	Nombre du dessin	–	

**A B**

Module frontale extérieur		$m$	
Nombre des dents		$z$	
Profil de référence		$\alpha_n - h_{0a}^* - c_0^*$	
Déplacement spécifique radiale		$x_r$	
Déplacement spécifique tangentielle		$x_t$	
Echelle de précision			
Angle entre les axes		$\Sigma$	
Diamètre primitif sur le cône frontal extérieur		$d$	
		$\bar{s}$	
Înălțimea la coardă		$\bar{h}_a$	
Angle primitif		$\delta$	
le demi-angle au sommet du cône de tête		$\theta_a$	
le demi-angle au sommet du cône de pied		$\theta_f$	
la longueur extérieure de la génératrice du cône primitif		$R$	
Roue	Nombre de dents	$z$	
Conjuguée	Nombre du dessin	–	

**A B**

### **Remarque:**

La largeur du tableau sera de 110-120 mm et la hauteur d'une ligne vaudra 7-10 mm. Les largeurs des colonnes A et B valent respectivement 10 mm et 30-45 mm.

Les marges de tolérance des roues dentées et de l'engrenage, la grandeur du jeu entre les flancs des dents et la rugosité des surfaces actives des flancs sont normalisées .

## **16.2. CONSTRUCTION DES CARTERS**

Le carter du réducteur fixe la position relative des arbres et implicitement celle des roues dentées. Donc pour assurer un meilleur engrènement, on a besoin d'une bonne rigidité du carter. Le carter est réalisé en deux morceaux afin de monter facilement les arbres, les roues et les roulements: le carter inférieur et le carter supérieur.

Usuellement, les carters des réducteurs sont coulés en fonte (Fc 150, Fc 250 en norme ) et plus rarement en acier (OT 45, OT 55 en norme ). Dans le cas d'un prototype unique ou dans le cas de la production de petite série, on peut réaliser un carter soudé en tôles d'acier (OL37, OL42 ou OL44 en norme ).

On doit respecter les conditions imposées par la technologie de la fonderie et par l'économie d'usinage dans le cas des carters réalisés par coulée (cf. annexe 33 et 34).

Elles portent sur:

- la réalisation des parois d'épaisseur uniforme tout en évitant les agglomérations de matériau. On recommande l'utilisation des nervures pour accroître la résistance et la rigidité;
- l'assurance d'une épaisseur minimale des parois imposée par la technologie de fonderie et par la nature du matériau du carter;
- le passage graduel d'une paroi fine à une paroi épaisse pour diminuer les tensions rémanentes après la coulée;
- l'assurance de rayons de raccord suffisamment grands et la réalisation des inclinaisons des parois (pour l'extraction facile des noyaux de coulée);
- la limitation des surfaces usinées par enlèvement de copeaux au minimum nécessaire requis par la réalisation des surélévations (bossages) ou vallées (lamages) pour les surfaces d'appui des écrous, des vis, des couvercles, etc.

L'annexe 33 présente la construction d'un carter coulé pour un réducteur à engrenages de grande portance (réalisé en acier durci  $HB > 3500 \text{ N/mm}^2$ ). Dans ce cas, le carter inférieur a les parois verticales décalées par rapport à celles du carter supérieur afin d'augmenter le bain d'huile: le carter inférieur a des parois à l'extérieur, tandis que le carter supérieur les a à l'intérieur. La rigidification du carter supérieur se fait par les poches de récolte de l'huile pour le graissage des roulements. Pour le carter inférieur, on utilise des nervures intérieures.

La fixation des deux carters est réalisée par l'intermédiaire d'assemblages filetés (cf. Les annexes 35,36,39,40,41,42 ,46). Dans le cas des carters à parois alignées, on utilise des ensembles de vis et d'écrou et dans le cas des carters à parois décalées (cf. annexe 46), le rôle d'écrou est joué par le trou fileté dans le carter inférieur. Pour rigidifier les zones de carter dans la proximité des roulements, on augmente dans cette zone l'épaisseur du carter .

On utilise deux goupilles de centrage pour positionner plus précisément les carters (cf. annexe 39).

Le carter inférieur est prévu avec:

- un orifice fermé par un bouchon fileté pour évacuer l'huile (l'annexe 38). Cet orifice doit être placé sur la paroi latérale, rasant la partie inférieure du bain d'huile. On réalise parfois une petite inclinaison (1:100) de cette partie vers l'orifice pour permettre l'écoulement de toute la quantité d'huile ;
- deux parois latérales pour fixer le réducteur. On y prévoit des trous pour les vis de fixation;

Le carter supérieur est prévu avec:

- un orifice de visite (obturé avec un couvercle détachable) dimensionné et placé de telle manière qu'il permet l'observation de la denture de toutes les roues du réducteur;
- un orifice fileté pour le bouchon d'aération qui maintient la pression à l'intérieur du carter à la valeur de la pression atmosphérique (les surpressions empêchant l'étanchéité l'annexe 45);
- un orifice pour la tige de contrôle du niveau de l'huile (jauge);
- des orifices filetés pour la fixation de deux anneaux nécessaires au déplacement du réducteur (si les éléments sur le carter inférieur ne sont pas prévus ou si le réducteur à un gabarit et/ou poids élevé, v.l'annexe 32)

La hauteur du carter inférieur est choisie en fonction du diamètre de tête de la plus grande roue et en tenant compte de la profondeur d'immersion dans l'huile ainsi que du volume du bain nécessaire (0,3...0,6 l/kW). On va considérer aussi le fait que la distance entre la surface d'appui du carter et l'axe des arbres doit avoir une valeur normalisée ( cf. annexe 32).

Dans le cas de réducteurs coniques, le pignon conique est monté en porte à faux. Son arbre est généralement appuyé sur deux roulements à galets conques montés en O. Tout cet ensemble de l'arbre pignon conique est placé dans une cassette permettant le réglage du jeu entre les flancs des dents des roues coniques lors du montage (v. l'annexe 42 )

L'annexe 23 présentent des recommandations concernant la construction des couvercles pour l'étanchéité des alésages sur lesquels sont montés les roulements et qui

fixent les bagues extérieures de ceux-ci dans le sens axial. Ils peuvent être coulés ou forgés librement ou encore moulés ou encore usinés par enlèvement de copeaux.

On utilise généralement des bagues à lèvres standardisés pour assurer l'étanchéité des arbres d'entrée et de sortie du réducteur. Elles sont choisies en fonction du diamètre de l'arbre au niveau de l'étanchéité l'annexe 17.

Les dessins d'exécution de l'arbre utilisent des éléments normalisés suivants :

- les circlips (annexe 43)
- les dégagements ( annexe 48)
- les rayons de raccordement (annexe 47)
- les tolérances générales ( annexes 49,50,51)
- les trous de centrage (annexe 52)

- Un exemple de dessin d'exécution est donné à l'annexe 53.
- Un exemple de dessin d'exécution d'arbre - pignon est donné à l'annexe 54.

Les dessins d'exécution de la roue utilisant les éléments suivants :

Les tolérances générales ( annexe 49,50,51)

Les paramètres géométriques ( v. tableau 16.2)

Des exemples des dessins d'exécution des roues coniques sont données aux annexes 55, 56 et pour une roue cylindrique à l'annexe 57.

- Un exemple de dessin d'ensemble d'un réducteur à roues dentées cylindriques est donné à l'annexe 58.
- Un exemple de dessin d'ensemble d'un réducteur à roues dentées coniques est donné à l'annexe 59.
- Un dessin de l'ensemble de la transmission mécanique ( réducteur, poulie, courroie, moteur) est donné aux annexes 60 ( réducteur cylindrique ) et annexe 61 ( réducteur coniques)

## BIBLIOGRAPHIE

1. *Buzdugan Gh.* – Rezistența Materialelor, Editura Tehnică, București, 1974.
2. *Buzdugan Gh., M. Blumenfeld* – Calculul de rezistență al pieselor de mașini, Editura Tehnică, București, 1979.
3. *Drăghici I. ș.a.* - Îndrumar de proiectare în construcția de mașini, vol.I și II, Editura Tehnică, București, 1982.
4. *Filipoiu I.D., A. Tudor* – Transmisii mecanice (îndrumar de proiectare), U.P.B., 2005
5. *Gafițanu M. ș.a.* - Organe de Mașini, vol I, Editura Didactică și Pedagogică, 1981.
6. *Gafițanu M. ș.a.* - Organe de Mașini, vol II, Editura Didactică și Pedagogică, 1983.
7. *Gafițanu M.* - Rulmenți, - Proiectare și tehnologie vol I, II Editura Tehnică, 1985.
8. *Manea Gh.* - Organe de Mașini, vol I, Editura Tehnică, 1970.
9. *Rabinovici I. ș.a.* - Rulmenți, Editura Tehnică, București, 1972.
10. *Rădulescu Gh. ș.a.* - Îndrumar de proiectare în construcția de mașini, Editura Tehnică, 1986.
11. *Rădulescu Gh.* - Organe de Mașini, vol II, Angrenaje cilindrice, I.P.B., 1978.
12. *W.J. Bartz* – Getriebesthmierung, Expert Verlag, 1989.
13. *E. Alămoreanu, Gh. Buzdugan* – Îndrumar de calcul în ingineria mecanică, Editura Tehnică, 1996
14. *A. Chișiu* – Organe de mașini, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981
15. *A. Jula, D. Velicu*, Proiectarea angrenajelor evolventice, Editura Scrisul Românesc, 1989
16. *Sauer L. ș.a.* - Angrenaje, vol I și II, Editura Tehnică, București, 1970.
17. xxx – Culegere de standarde de organe de mașini vol I a, Editura Tehnică, București, 1980.
18. *Crudu I. ș.a.*, Atlas – Reductoare cu roți dințate, Editura Didactică și Pedagogică, 1982.
19. xxx - Products Catalogue U.M.E.B.