

# Lucrarea nr. 1: Parametrii statistici ai durabilității unui rulment

Tiberiu Laurian, Radu–Florin Mirică

2014

## 1 Punerea problemei

În vederea evaluării durabilității reale a rulmentului radial cu bile seria 6204, produs de două companii diferite, s-a testat, prin încercări pe standuri specializate, câte un lot de 20 de rulmenți aparent identici, de la fiecare companie furnizoare.

Încercarea constă în determinarea timpului de funcționare corectă, atunci când sarcina radială la care este supus rulmentul coincide cu capacitatea dinamică de încărcare specificată în cataloagele producătorilor ( $C$ ). Pentru rulmentul seria 6204, ambii furnizori declară capacitatea dinamică  $C = 10kN$ .

Încercările s-au făcut simultan pentru fiecare lot de rulmenți, pe standuri cu turația arborelui de 750 rot/min. Durabilitățile obținute (în ore) sunt prezentate în șirurile  $x_1$  și  $x_2$ , pentru loturile provenite de la compania 1, respectiv compania 2.

$x_1 = (21.50; 18.75; 16.50; 27.75; 29.50;$   
 $31.50; 19.25; 14.75; 27.50; 22.50;$   
 $24.75; 26.50; 22.50; 18.50; 17.75;$   
 $19.75; 18.50; 27.50; 25.25; 24.25)$

$x_2 = (14.50; 21.75; 22.25; 18.50; 19.75;$   
 $25.50; 29.75; 21.50; 25.75; 19.25;$   
 $22.50; 26.75; 22.00; 21.75; 25.00;$   
 $19.75; 18.25; 19.00; 25.50; 24.25)$

## 2 Rezolvare

Alegerea furnizorului cel mai bun din punct de vedere al durabilității produsului studiat (rulmentul 6204) nu se recomandă a se face doar pe baza unei medii (ex. media aritmetică). Pentru o comparație corectă este necesar calculul unei multitudini de parametri statistici. Astfel, în continuare, se vor calcula toți parametrii statistici importanți și se vor ordona pe categorii.

### 2.1 Indicatori de localizare

1. Media aritmetică:

$$x_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

2. Media geometrică:

$$m_G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

3. Media armonică:

$$m_H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

4. Media pătratică:

$$m_P = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}$$

5. Mediana:

$$m_e = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}} & \text{pentru } n \text{ impar (n=2k+1)} \\ \frac{x_{n/2} + x_{n/2+1}}{2} & \text{pentru } n \text{ par (n=2k)} \end{cases}$$

6. Valoarea centrală:

$$x_c = \frac{x_{min} + x_{max}}{2}$$

7. Moda repartiției: se notează cu  $M_o$  și reprezintă valoarea corespunzătoare celei mai mari frecvențe  $f$  (pentru repartițiile unimodale)

## 2.2 Indicatori de variație (sau de împrăștiere)

1. Dispersia:

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2$$

2. Dispersia corectată:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2$$

3. Abaterea medie pătratică:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2}$$

4. Abaterea medie pătratică, corectată:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2}$$

5. Amplitudinea:

$$W = x_{max} - x_{min}$$

6. Coeficientul de variație:

$$C_v = \frac{\sigma}{x_m}$$

## 2.3 Momente necentrate și centrate

1. Momentul necentrat de ordinul  $k$ :

$$m_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k$$

2. Momentul centrat de ordinul  $k$ :

$$\bar{m}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^k$$

## 2.4 Indicatori de asimetrie și aplatizare

1. Abaterea medie aritmetică față de modă:

$$\alpha_s = x_m - M_o$$

2. Coeficientul de asimetrie:

$$\gamma_1 = \frac{\bar{m}_3}{\bar{m}_2^{3/2}}$$

3. Coeficientul de exces:

$$\gamma_2 = \frac{\bar{m}_4}{\bar{m}_2^2} - 3$$

## 2.5 Repartiția empirică

1. Poligonul frecvențelor relative

- (a) Se stabilește numărul de intervale de grupare:  $N_{interv} = 1 + 3.322 \lg n$  sau  $N_{interv} = 4 \left[ \frac{1}{4}(n - 1) \right]^{0.2}$  (pentru  $n > 100$ ).
- (b) Se împarte domeniul de variație al variabilei aleatoare, se grupează și se numără aparițiile acestora în intervale, rezultând frecvențele relative  $f_i$ .

2. Poligonul frecvențelor cumulate

- (a) Se calculează frecvențele cumulate cu formula:  $\phi_j = \sum_{i=1}^j f_i$ .
- (b) Se calculează probabilitățile de defectare cu unul din estimatorii uzuali.
- (c) Se construiește poligonul frecvențelor.

Tabela 1: Estimatori uzuali ai probabilității empirice de defectare

Estimatorul	Recomandări de utilizare
$F_i = \frac{i}{n}$	Pentru eşantioane mari
$F_i = \frac{i-0.5}{n}$	Pentru stabilirea tipului de lege de repartiție
$F_i = \frac{i-n_e \cdot 0.45}{n_e+0.3}$	Pentru eşantioane mici distribuite Weibull
$F_i = \frac{i-3/8}{n_e+0.25}$	Pentru eşantioane distribuite normal și log-normal cu $n > 6$
$F_i = \frac{i-0.3}{n_e+0.4}$	Pentru eşantioane distribuite Weibull (considerat ca fiind estimatorul cel mai adecvat)

### 3 Listing MATLAB/Octave pentru rezolvarea problemei

```

#-----
#
# FSM – Laborator 1
#
#-----
#
clear all;
#-----
# Deschidere fisiere de date pentru import
#-----
filename_in1 = "x1.dat";
filename_in2 = "x2.dat"
filename_out = "rezultate.txt"
fid1 = fopen(filename_in1, "r");
x1 = fscanf(fid1, "%f", Inf);
fclose(fid1);
fid2 = fopen(filename_in2, "r");
x2 = fscanf(fid2, "%f", Inf);
fclose(fid2);
#-----
# Indicatori de localizare
#-----
m_a1 = mean(x1, "a");      m_a2 = mean(x2, "a");      # media aritmetica
m_g1 = mean(x1, "g");      m_g2 = mean(x2, "g");      # media geometrica
m_h1 = mean(x1, "h");      m_h2 = mean(x2, "h");      # media armonica
m_p1 = sqrt(meansq(x1));   m_p2 = sqrt(meansq(x2));   # media patratica
mdn1 = median(x1);         mdn2 = median(x2);         # mediana
n1 = length(x1);          n2 = length(x2)           # nr. esantioane
# valoarea centrala
if (rem(n1, 2) == 0)
    v_c1 = (x1(n1/2)+x1(n1/2+1))/2;
else
    v_c1 = x1((n1+1)/2);
endif
if (rem(n2, 2) == 0)
    v_c2 = (x2(n2/2)+x2(n2/2+1))/2;
else
    v_c2 = x2((n2+1)/2);

```

```

endif
modal    = mode(x1);   moda2    = mode(x2);           # moda
# -----
# Indicatori de variatie
# -----
disp1 = var(x1,1);    disp2 = var(x2,1);    # dispersia
dispc1 = var(x1,0);   dispc2 = var(x2,0);   # dispersia centrata
abmp1 = std(x1,1);    abmp2 = std(x2,1);    # ab. medie patratice
abmpc1 = std(x1,0);   abmpc2 = std(x2,0);   # ab. medie patratice cor.
amp1 = range(x1);     amp2 = range(x2);     # amplitudinea
cv1 = amp1/m_a1;      cv2 = amp2/m_a2;     # coef. de variatie
# -----
# Momente centrate si necentrate
# -----
mom21 = moment(x1,2,"r"); mom22 = moment(x2,2,"r"); # mom. ordin 2
momc21 = moment(x1,2,"c"); momc22 = moment(x2,2,"c"); # mom. centr.2
mom31 = moment(x1,3,"r"); mom32 = moment(x2,3,"r"); # mom. ordin 3
momc31 = moment(x1,3,"c"); momc32 = moment(x2,3,"c"); # mom. centr.3
mom41 = moment(x1,4,"r"); mom42 = moment(x2,4,"r"); # mom. ordin 4
momc41 = moment(x1,4,"c"); momc42 = moment(x2,4,"c"); # mom. centr.4
# -----
# Indicatori de asimetrie si aplatizare
# -----
als1 = m_a1 - modal;   als2 = m_a2 - moda2;   # alfa s
gm11 = momc31/momc21^(3/2); gm12 = momc32/momc22^(3/2); # gama 1
gm21 = momc41/momc21^2 - 3; gm22 = momc42/momc22^2 - 3; # gama 2
# -----
# Deschidere si scriere fisier rezultate
# -----
fout = fopen(filename_out,"w");
fprintf(fout,"PARAMETRII_STATISTICI_DE_DURABILITATE_RULMENT_6204\n\n");
fprintf(fout,"1.Indicatori_de_localizare\n\n");
fprintf(fout,"VARIANTA_1 VARIANTA_2\n\n");
fprintf(fout,"-----\n");
fprintf(fout,"Media_aritmetica = %10.2f %10.2f\n",m_a1,m_a2);
fprintf(fout,"Media_geometrica = %10.2f %10.2f\n",m_g1,m_g2);
fprintf(fout,"Media_armonica = %10.2f %10.2f\n",m_h1,m_h2);
fprintf(fout,"Media_patratice = %10.2f %10.2f\n",m_p1,m_p2);
fprintf(fout,"Mediana = %10.2f %10.2f\n",mdn1,mdn2);
fprintf(fout,"Valoarea_centrala = %10.2f %10.2f\n",v_c1,v_c2);
fprintf(fout,"Moda = %10.2f %10.2f\n",modal,moda2);
fprintf(fout,"-----\n");
fprintf(fout,"\\n\\n");
fprintf(fout,"2.Indicatori_de_variatie\n\n");
fprintf(fout,"VARIANTA_1 VARIANTA_2\n\n");
fprintf(fout,"-----\n");
fprintf(fout,"Dispersia = %10.2f %10.2f\n",disp1,disp2);
fprintf(fout,"Dispersia_corectata = %10.2f %10.2f\n",dispc1,dispc2);
fprintf(fout,"Abaterea_medie_pat. = %10.2f %10.2f\n",abmp1,abmp2);
fprintf(fout,"Ab.medie_pat.cor. = %10.2f %10.2f\n",abmpc1,abmpc2);
fprintf(fout,"Amplitudinea = %10.2f %10.2f\n",amp1,amp2);
fprintf(fout,"Coef.de_variatie = %10.2f %10.2f\n",cv1,cv2);
fprintf(fout,"-----\n");
fprintf(fout,"\\n\\n");
fprintf(fout,"3.Momente_necentrate_si_centrate\n\n");
fprintf(fout,"VARIANTA_1 VARIANTA_2\n\n");
fprintf(fout,"-----\n");
fprintf(fout,"Mom.necentrat_ord.2 = %10.2f %10.2f\n",mom21,mom22);
fprintf(fout,"Mom.centrat_ord.2 = %10.2f %10.2f\n",momc21,momc22);
fprintf(fout,"Mom.necentrat_ord.3 = %10.2f %10.2f\n",mom31,mom32);
fprintf(fout,"Mom.centrat_ord.3 = %10.2f %10.2f\n",momc31,momc32);
fprintf(fout,"Mom.necentrat_ord.4 = %10.2f %10.2f\n",mom41,mom42);

```

### 3 LISTING MATLAB/OCTAVE PENTRU REZOLVAREA PROBLEMEI 7

```
fprintf(fout, "Mom. centrat_ord. 4 = %10.2f %10.2f\n", momc41, momc42);
fprintf(fout, "-----\n");
fprintf(fout, "\n\n");
fprintf(fout, "4. Indicatori de asimetrie si applatizare\n\n");
fprintf(fout, "-----VARIANTA_1-----VARIANTA_2\n\n");
fprintf(fout, "-----\n");
fprintf(fout, "Ab. med. pat. fata de moda = %10.2f %10.2f\n", als1, als2);
fprintf(fout, "Coef. de asimetrie = %10.2f %10.2f\n", gm11, gm12);
fprintf(fout, "Coef. de exces = %10.2f %10.2f\n", gm21, gm22);
fprintf(fout, "-----\n");
fclose(fout);
# -----
# Afisare si salvare histograme
# -----
hist(x1,5);
print -dpng histogram_x1.png
figure;
hist(x2,5);
print -dpng histogram_x2.png
```