

3. PROCESE DE FRECARE

3.1. Elemente privind interacțiunile la nivel submicroscopic

Structura materialelor poate fi considerată la nivel macroscopic, după care corpurile pot fi omogene sau nu, medii continue sau discontinue, solide, lichide, gazoase sau plasmă. Proprietățile macroscopice sunt utilizate pentru explicarea unor comportări mecanice.

Menținerea particulelor de diferite dimensiuni într-o “construcție-bloc”, de exemplu fibre, cristale, bucăți de piatră, molecule sau atomic este asigurată de forțele de coeziune și de energia de legătură, care se opun influențelor externe (mecanice, electrice, chimice sau termice).

Din punct de vedere microscopic, materialele sunt caracterizate de structură (cristale pentru metale, fibre sticlă, făină de lemn, particule de pământ pentru plastice).

La nivel submicroscopic (molecule, cristale submicroscopice, atomi, electroni și particule ale nucleului atomic), structura caracterizează natura fiecărui element.

3.1.1. Interacțiunile atomice

Structura atomului fiecărui element explică comportamentul chimic și unele proprietăți fizice.

Legăturile între atomi fac posibilă combinarea diferită, astfel ca să ia forma unui solid. Forțele de atracție și de repulsie conduc la echilibru sau la mișcări oscilatorii sau continui ale atomilor.

Între atomi, se disting trei tipuri principale de legături: covalente, ionice și metalice. Forțele atractive sunt asociate direct cu electronii de valență și cu nivele energetice ale acestora.

Legătura covalentă apare între electronii de valență a doi sau mai multor atomi. De exemplu, atomul de halogen are 7 electroni de valență și doi atomi formează o moleculă prin distribuirea unei părți a electronilor. Electronii se deplasează în jurul a doi atomi, fiecare atom având alternativ 6 sau 8 electroni, în loc de 7. Fiecare dintre acești doi atomi reprezintă o sursă electrostatică și iau naștere forțe de tip Coulomb.

Pe baza structurii stabile a învelișului electronic se pot forma (8-N) legături covalente, unde N este numărul electronilor de valență.

Legătura covalentă se formează pe diferite materiale și se formează între atomi ale acelorași sau diferitelor elemente. De exemplu, molecula de hidrogen (H_2), nitrogen (N_2), carbura de siliciu (SiC) și molecule organice.

Ca proprietate caracteristică este conductivitatea electrică scăzută.

Legătura ionică a atomilor a diferitelor elemente se explică prin forțele atractive electrostatice (forțe tip Coulomb) dintre elementele care transferă electroni între ele. Fiecare element în parte este instabil electric, unul fiind pozitiv și celălalt negativ. Exemplul tipic pentru legătura ionică este clorura de sodiu ($NaCl$). Atomul de sodiu cedează electronul de valență atomului de clor, devenind ion pozitiv și totodată stabil electronic ca neonul. Clorul devine ion negativ și stabil electronic ca argonul.

Legătura ionică se poate forma ușor la atomii care au un număr mic de electroni de valență (alcalii metalelor și alcalii pământurilor rare).

Legături ionice puternice au solidele de oxid de potasiu (K_2O) și hidrida de litiu (LiH).

Proprietățile de bază ale solidelor cu legături ionice sunt duritatea ridicată și conductivitatea scăzută.

Legătura metalică a atomilor se stabilește între elemente de același fel sau diferite. Electronii de valență ai atomilor “părăsesc” atomii respectivi și formează un “nor” (gaz) care “ocupă” spațiul atomilor. În acest fel, atomii devin ioni pozitivi. Forțele de legătură devin forțe electrostatice între ioni și electroni. Acest tip de legătură este caracteristică elementelor ce au număr mic de electroni de valență și care pot fi utilizați în comun. Solidele au astfel de legături cu proprietăți bune de

ductibilitate și conductivitate electrică și formează clasa metalelor. O parte dintre aceste elemente se pot combina cu alte elemente folosind una dintre tipurile de legături și deci nu sunt întotdeauna în stare metalică.

Forțele de respingere dintre atomi sunt cauzate de interacțiunea diferitelor pături de electroni.

Deși doi atomi sunt foarte apropiați, pătura electronică constituie o sarcină negativă iar nucleul sarcină pozitivă. La distanțe mari, forțele de respingere dintre electronii păturilor și forțele de respingere între nuclee sunt echilibrate de forțele de atracție ale unora dintr păturile de electroni cu alte nuclee.

La distanțe mici, predomină forțele de respingere.

În general, forțele de legătură între atomi (F) se pot exprima aproximativ prin relația:

$$F(r) = \frac{A}{r^M} - \frac{B}{r^N} \quad (N > M) \quad (3.1.1)$$

unde r este distanța dintre centrele atomilor, iar A , B , M și N sunt constante ce depind de forma de legătură (covalentă, ionică sau metalică).

Primul termen al expresiei (2.101) este forța de tip atractiv, iar cel de-al doilea este de tip repulsiv.

Deoarece forța atractivă a atomilor este în general de natură electrostatică corespunzător legii lui Coulomb, $M = 2$. Valorile constantei N nu sunt ușor de evaluat, variază între 7 și 12 (7 până la 10 pentru legătura metalică și 10 până la 12 pentru legăturile ionice și covalente).

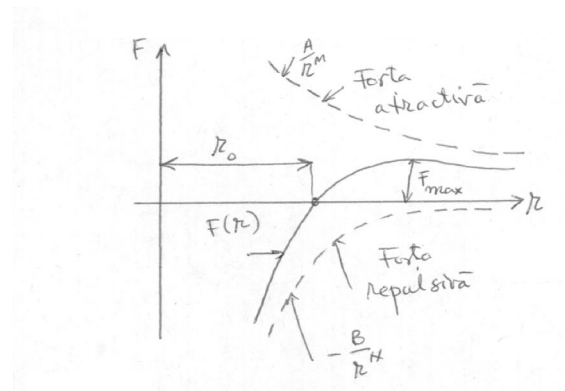


Fig.3.1.1

În fig. 3.1.1 se exemplifică dependența forței interatomice de situația dintre centrele atomilor pentru $M=2$ și $N=7$.

Echilibrul se realizează când $F=0$ și are loc pentru $r=r_0$. Din (3.1.1) rezultă

$$r_0 = \left(\frac{B}{A} \right)^{\frac{1}{N-M}}. \text{ Ordinul de mărime al acestei distanțe este } r_0 = 1\text{Å} \dots 4\text{Å} \quad (1\text{Å} = 10^{-10} \text{ m}).$$

Forța de legătură este maximă când $\frac{dF}{dr} = 0$ și $\frac{d^2F}{dr^2} < 0$, deci pentru $r = \frac{AN^{1/(M-N)}}{BN}$.

Potențialul energetic între doi atomi (U) se definește ca lucrul mecanic al sistemului între două poziții arbitrare, realizat de forța de legătură dintre atomi.

Astfel, ținând seama de (3.1.1) rezultă:

$$U(r) = \int F(r) dr = \int \left(\frac{A}{r^M} - \frac{B}{r^N} \right) dr = -\frac{A}{M-1} \frac{1}{r^{M-1}} + \frac{B}{N-1} + \frac{1}{r^{N-1}} + c_1 = \frac{-a}{r^{M-1}} + \frac{b}{r^{N-1}} + c_1 \quad (3.1.2)$$

în care a , b sunt constante $\left(a = A(M-1), \quad b = \frac{B}{N-1} \right)$ iar c_1 constantă de integrare.

Considerând că pentru $r=\infty$, potențialul energetic este zero, constanta $c_1=0$ și deci (3.1.2) devine:

$$U(r) = \frac{-a}{r^{M-1}} + \frac{b}{r^{N-1}} = \frac{-a}{r^m} + \frac{b}{r^n} \quad (3.1.2')$$

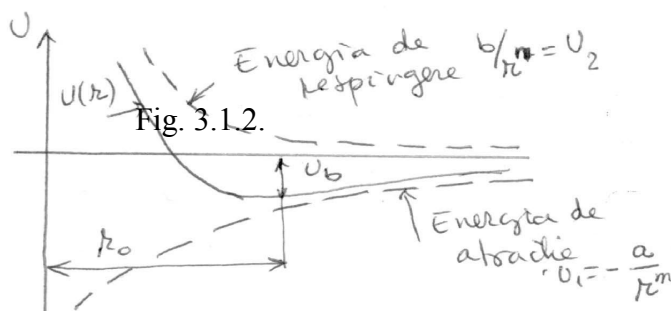


Fig. 3.1.2

superior valorii U_b indicat în fig. 3.1.2.

Această valoare se obține pentru $r = r_0 = (B/A)^{1/(N-M)}$. Pentru $r \geq r_0$, potențialul energetic este constant și minim, aceasta explicând aranjamentele stabile ale atomilor în solide, coeziunea atomilor în agregatele solide.

3.1.2 Structura materialelor

Unitățile structurale ale materialelor influențează semnificativ proprietățile mecanice, termice și electrice.

În majoritatea materialelor, atomii se combină între ei formând cristale sau molecule. Corpurile solide pot fi considerate ca agregate ale acestor unități structurale.

Un cristal este format dintr-un aranjament tridimensional al atomilor cu poziție regulată a spațiilor. O celulă elementară a unui cristal se definește prin dimensiunile paralelipipedului (a , b , c) numite constante de rețea și unghiurile dintre muchii (α , β , γ). Funcție de valorile relative ale constantelor de rețea și de valorile absolute ale unghiurilor dintre muchii se disting 7 sisteme de cristalizare (cubic, tetragonal, rombic, hexagonal, romboedric, monoclinic, triclinic). Uneori grupe de atomi (molecule) sunt atrase în aceste aranjamente tridimensionale, formând cristalele moleculare.

Molecula este baza entității chimice, fiind cea mai mică particulă care are aceleași proprietăți chimice cu materialul original. În multe materiale, moleculele sunt unitățile structurale de bază.

Moleculele se aranjează astfel că se formează lanțuri cu una, două sau trei dimensiuni. Fiecare atom face parte dintr-un astfel de lanț. Moleculele diatomice formează dipoli electrici, încărcăți negativ și pozitiv. Caracteristicile dipolilor influențează proprietățile mecanice și electrice. Unii atomi tind să formeze o pătură largă de molecule, de exemplu grafitul și antimoniu.

Forțele ce țin legate moleculele sub forma unui solid sunt considerabil mai slabe decât forțele atomice. Aceste interacțiuni între molecule se mai numesc **legături secundare** sau **legături tip van der Waals**. Se disting trei tipuri de legături intermoleculare: legături de dispersie între molecule nepolare, legături de tip dipol (între dipoli permanenți – forțe de orientare, între un dipol permanent și un dipol indus – forțe de inducție) și legături de tip hidrogen.

Existența forțelor de **interacțiune între molecule nepolare** a putut fi explicată pe baza teoriei mecanice cuantice.

În timpul mișcării electronilor și nucleelor într-o moleculă apare un dipol temporar (instantaneu). Acest dipol variază în timp foarte rapid și produce prin inducție un dipol în altă moleculă. Dipolul indus interacționează cu dipolul care l-a produs, conducând la apariția forțelor de dispersie între cele două molecule.

Potențialul energetic al legăturilor moleculare nepolare este de forma:

cu $m=M-1$ și $n=N-1$.

În fig. 3.1.2 se prezintă dependența potențialului energetic de distanța interatomică.

Echilibrul pozițional pentru doi atomi se stabilește când potențialul energetic este minim.

Din (3.1.2') și din (3.1.1) se poate constata că doi atomi în stare de echilibru se pot separa complet dacă potențialul energetic este

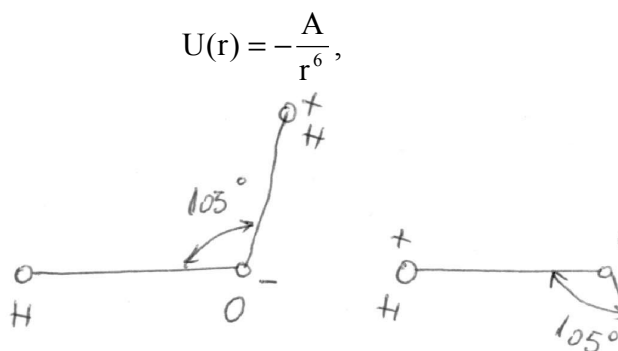


Fig.3.1.3

de inducție); constantele A_1 și A_2 sunt dependente de momentele dipolilor și de polarizabilitatea moleculelor.

Legăturile de tip hidrogen sunt considerate ca fiind cazuri particulare ale interacțiunilor de tip dipol.

Electronul ce aparține atomului de hidrogen este complet liber și dacă atomul adiacent din moleculă este puternic electronegativ și își poate menține toți electronii în jurul său, astfel că electronul hidrogenului părăsește atomul, efectul fiind de ion pozitiv. S-a creat un dipol permanent puternic și care poate interacționa cu dipoli similari. Un exemplu concludent pentru legătura de tip hidrogen este apa sau gheața. În apă atomii de hidrogen și oxigen au legătură covalentă ca în fig. 3.1.3.

Forma specială a dipolului și interacțiunea H-O conduc la o interacțiune mai puternică decât a moleculei de apă în ansamblul ei.

Tabelul 3.1.1

Forma de legătură	Energia [kJ/mol]
Covalentă	418-628
Ionică și metalică	209-418
Van der Waals:	4,18-8,37
- dispersie;	0,37-8,37
- dipoli permanenți (forțe de orientare)	până la 8,37
- dipol moleculă neutră (forțe de inducție)	până la 2
- de tip hidrogen	29,9-33,49

În general, forțele de interacțiune moleculară au aceeași expresie ca forțele interatomice

$$F(r) = \frac{A}{r^M} - \frac{B}{r^N} \quad (N > M),$$

dar cu $M=7$ și $N=10...12$.

Energia legăturilor intermoleculare și interatomice se specifică, ca ordin de mărime, în tabelul 3.1.1.

Energia termică

În stare de echilibru, atomii și moleculele au o mișcare oscilatorie continuă. Amplitudinea oscilațiilor este mică și anume circa $0,1\text{Å}$, față de distanța dintre centrele atomilor, circa 1Å . Frecvența de oscilație este în schimb foarte ridicată, 10^{15} Hz, rezultând deci viteze de oscilație enorm de mari (10^5 m/s). Chiar în apropierea temperaturii de zero absolut această mișcare persistă.

Energia cinetică pe care o posedă atomii și moleculele poartă numele de energie termică. Această energie se adună la energia potențială (potențialul energetic) numai pentru solide și lichide și nu pentru gaze.

Corespunzător teoriei cinetice a căldurii, fiecare atom a unui solid cristalin are în medie energia totală la T pentru fiecare grad de libertate (k – constanta lui Boltzman, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$), T – temperatura atomului. Din această energie, aproape jumătate este energie cinetică (termică) și restul potențială (de structură).

Dacă considerăm molul de substanță și știind că într-un mol se găsesc $N = 6,02 \cdot 10^{23}$ atomi (numărul lui Avogadro), atunci într-un material cristalin solid (3 translații posibile ale atomilor și nici o relație) energia totală (E în [J]) a unui mol va fi:

$$E = 3 \cdot N \cdot k \cdot T = 3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} T \approx 26 \cdot T$$

cu T în grade [K].

Această dependență aproximativă este corectă pentru materiale la temperaturi ordinare. La temperaturi scăzute erorile sunt considerabile.

Energia termică a solidelor este utilizată pentru activarea diferitelor procese, ca de pildă reacții chimice, deformații mecanice.

Din punct de vedere energetic, atomii și moleculele se pot găsi în una din stările: stabilă, instabilă sau metastabilă. Energia de activare (E_a) se definește ca energia necesară scoaterii din starea metastabilă în starea instabilă.

Pe baza mecanicii statistice și a interpretării temperaturii absolute dată de Maxwell-Boltzmann, Arrhenius (1893) propune ca rata (viteza ϕ) de desfășurare a proceselor determinate de energia de activare (E_a) să aibă expresia

$$\phi = A \cdot e^{E_a / kT}$$

în care A este o constantă specifică procesului. Un proces fizic important, determinat de energia termică, este difuzia. Moleculele în gaze difuzează rapid și în timp foarte scurt, concentrația se uniformizează ca urmare a inexistenței unor fenomene de interferență cu alte molecule.

În lichide, moleculele sunt legate prin forțe, astfel că difuzia se face mult mai încet decât la gaze.

În solide atomii sau moleculele ocupă la echilibru poziții precise, astfel că migrarea unui atom, de exemplu într-un cristal perfect, este aproape imposibilă. Cum însă existența imperfecțiunilor cristalelor este un fenomen normal, se poate evidenția și la solide procesul de difuzie. Acest proces este mult influențat de starea energetică a atomilor sau moleculelor. Procesul de difuzie este determinat de energia de activare și de temperatură, conform ecuației lui Arrhenius.

3.1.3. Adeziunea

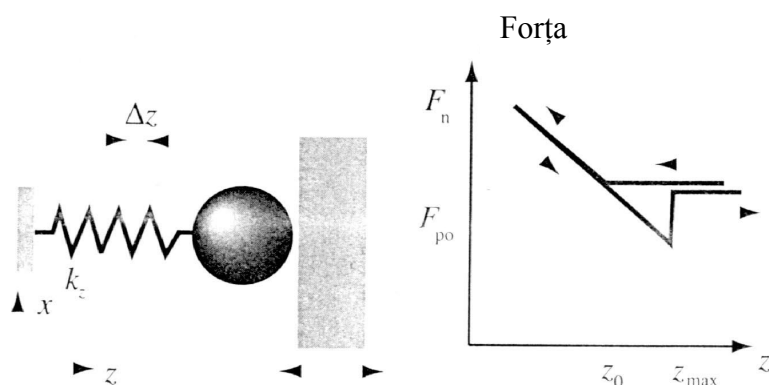


Fig. 3.1.4

La nivel microscopic și submicroscopic, adeziunea a două solide poate fi considerată acea stare la care energia este minimă atunci când contactul este perfect. Evaluarea adeziunii se face prin intermediul lucrului mecanic de adeziune W_a , definit termodinamic ca energia liberă interfacială (ecuația Dupré):

$$W_a = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{12},$$

în care γ_1 și γ_2 sunt energiile libere ale suprafețelor celor două materiale ce se găsesc în contact, iar γ_{12} este energia liberă interfacială.

Pentru evidențierea adeziunii se poate utiliza modelul experimental SILICON. Acest model constă în măsurarea forței de adeziune dintre o bilă de siliciu (diametrul 1 mm) și o suprafață plană din același material (fig. 3.1.4).

Bila este fixată prin intermediul unui arc cu rigiditatea cunoscută k_z , iar suprafața plană este deplasată către bilă (direcția z).

Atunci când planul comprimă bila cu Δz , în zona de contact există forța:

$$F_n = -k_z \Delta z.$$

În experimentările macrotribologice, forțele sunt de ordinul N, iar în cele micro sau nanotribologice forțele sunt de ordinul μN iar masele deplasate de ordinul μg .

Când mișcarea suprafeței plane se inversează, arcul se destinde trecând prin poziția inițială ce definea contactul dintre bilă și plan.

Contactul dintre bilă și plan se întrerupe la z_{\max} , când forța din arc este egală cu forța de atracție. Această coordonată z_{\max} determină forța de adeziune (“pull-off force”)

$$F_{po} = -k_z (z_{\max} - z_0).$$

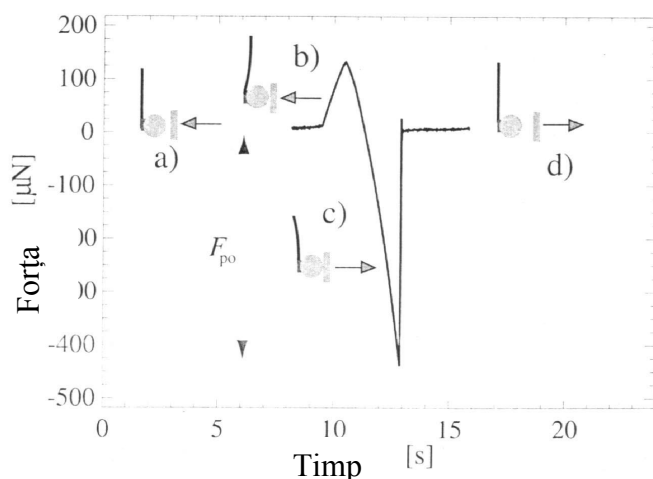


Fig. 3.1.5

plană și arcul continuă să se deformeze în sens invers, forța din arc devine egală cu forța maximă de adeziune;

- **Faza d:** contactul dintre bilă și plan se întrerupe, astfel că bila revine în poziția inițială, forța din arc devenind zero.

Adeziunea este în general redusă mai ales atunci când se neglijează interdifuzia, reorientarea moleculelor sau grupelor moleculare.

Dacă se urmărește variația forței din arc în timp (implicit deformația Δz), se obține o curbă de tipul celei din fig. 3.1.5.

Din analiza unui astfel de grafic experimental, se observă existența a 4 faze ale mișcării în modelul SILICON:

- **Faza a:** bila și planul nu sunt în contact;
- **Faza b:** bila și planul sunt în contact și arcul începe să se deformeze;
- **Faza c:** se inversează mișcarea, arcul se deformează, trecând de poziția inițială de contact. Datorită adeziunii, bila rămâne “lipită” de suprafața

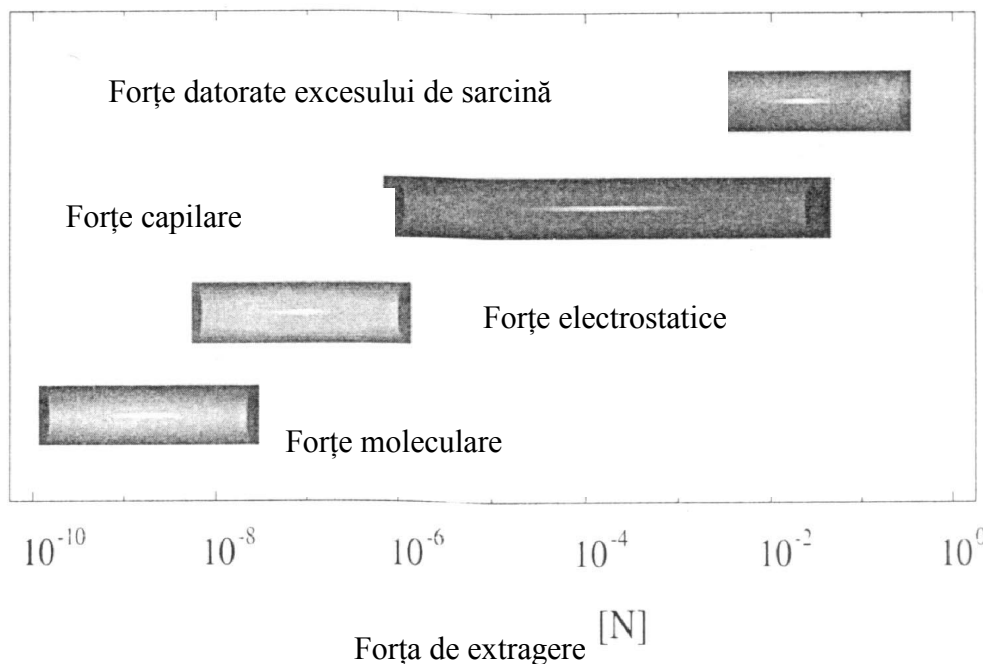


Fig. 3.1.6.

Când o suprafață este acoperită de un film fluid, adeziunea este de asemenea redusă, deoarece rearanjarea moleculară a lichidului este mai rapidă decât mișcarea suprafețelor solide. Adeziunea crește cu reducerea rugozității. Materialele moi și flexibile pot avea o adeziune puternică, conducând la un contact nemijlocit.

Contribuția diferitelor forțe la adeziune este ilustrată în fig. 3.1.6

Cea mai mică contribuție o au forțele moleculare, apoi forțele electrostatice de atracție, forțele de capilaritate și în final forțele datorate excesului de sarcini electrice.

Forțele de capilaritate și forțele datorate excesului de sarcini electrice sunt forțe cu acțiune continuă. Forțele de atracție moleculară și forțele electrostatice sunt cauzate de interacțiunile mecanice ce se găsesc în echilibru.

Adeziunea poate genera uzura sau aderarea filmelor de substrat. Uzura prin adeziune provine din formarea unor legături ("prinderi") chimice puternice din procesul de frecare și apoi ruperea acestor legături. Formarea acestor legături definește o "sudură la rece". Deteriorarea prin forfecare a sudurilor conduce la degradarea materialului. Rezistența la forfecare a adeziunilor depinde de numărul microcontactelor formate, de mărimea forțelor de contact și de configurația electronică a corpurilor implicate.

Când forțele de adeziune apar la suprafețe cu rugozități foarte mici (suprafețe ideale), uzura este neglijabilă și interacțiunea conduce la filme adsorbite.

În biologie, adeziunea contribuie la coagularea celulelor și la formarea unui bio-film. Această formare începe când o celulă se atașează de suprafața de separație și apoi se continuă prin "autoreplicare".

Din punctul de vedere al stării solide, suprafețele materialelor cristaline reprezintă o terminație abruptă a periodicității rețelei cristaline, în comparație cu proprietățile volumice ale solidului. Această "rupătură" implică o serie de modificări, ca de exemplu:

- redirecționarea structurală (cristalinitate și energie);

- interacțiunea suprafeței cu mediul ambiant (adsorbție fizică, chemisorbție, oxidare sau formare de film protector);
 - modificarea proprietăților fizice.
- Pentru suprafețele tehnice, în plus, modificările depind de prelucrare, astfel că apar și alte fenomene ca:
- ecruisarea stratului;

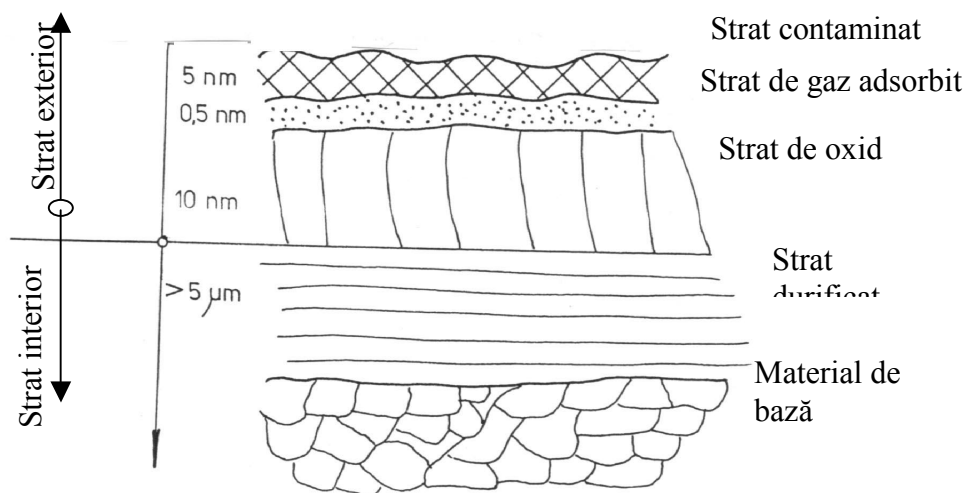


Fig. 3.1.7. Schema straturilor contactului real

- orientarea rugozităților;
- introducerea de tensiuni interne suplimentare.

Structura suprafeței în secțiune transversală este schematizată în fig. 3.1.7.

Structura și grosimea straturilor depind de uzare, natura suprafeței și proprietățile "volumice" ale materialului. În procesul de contact apar interacțiuni între suprafețe și generează joncțiuni de adeziune. Deci apar forțe moleculare de atracție (metalice, covalente și ionice) și forțe "Van der Waals".

Exemple:

1. Contactul a două piese din aur formează conexiuni cu atomii situați în volumul materialului;
2. Diamantul are forțe de tip valență;
3. Roca formează forțe parțial ionice.

În fig. 3.1.8 sunt ilustrate câteva caracteristici ale mecanismului de adeziune.

Forțele de tip Van der Waals produc dipoli cu schimbare continuă. În prima aproximare, putem considera că intră câteva perechi de atomi sau molecule generatoare de forțe Van der Waals și pentru două corpuri în contact se însumează aceste forțe.

Ca atare, la interfața dintre două planuri ideale cu dimensiunea A , forța de adeziune este

$$F_A = \frac{h c}{480} \frac{A}{z_0^4}$$

unde: h este constanta lui Planck ($h=6,625 \cdot 10^{-34}$ J·s) c – viteza luminii; z_0 – distanța dintre suprafețele ideale.

Estimarea coeziunii zonei de contact a metalelor sau a altor materiale se poate face pe baza modelului "gelatină". Se consideră că materialul este sub forma de "gaz electronic" cu densitate foarte mare și nu are structură de cristal. Gazul electronic se comportă ca un clei care se solidifică. Se notează cu n_1 și n_2

densitatea electronilor metalelor 1 și 2. Densitatea minimă de electroni (n_t) și forța de adeziune minimă (fig. 3.1.9) se obțin în zona de separație.

Tensiunea de adeziune depinde de poziția metalelor în tabelul periodic a lui Mendeleev. Tensiunile cresc cu deplasarea de la stânga la dreapta în tabelul periodic.

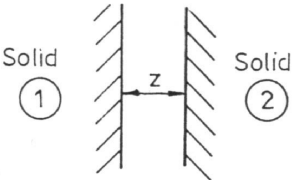
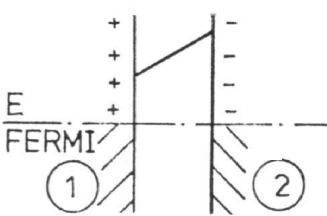
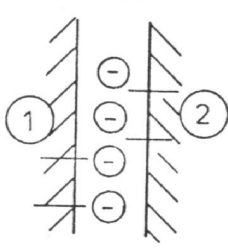
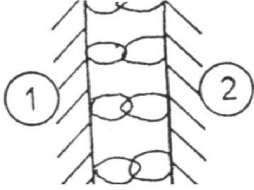
Mecanisme de adeziune	Contactul direct	Valabilitate
<p style="text-align: center;">Van der Waals</p>  <p>The diagram shows two vertical hatched lines representing solids, labeled 'Solid 1' and 'Solid 2'. A horizontal double-headed arrow between them is labeled 'z', representing the distance between the surfaces.</p>	<p style="text-align: center;">Câmp electromagnetic fluctuant</p>	<p style="text-align: center;">$z >$ dimensiunea atomului</p>
<p style="text-align: center;">Electrostatică</p>  <p>The diagram shows two vertical hatched lines representing solids, labeled '1' and '2'. A horizontal dashed line represents the Fermi level, labeled 'FERMI'. Above the solids, there are '+' signs on the left and '-' signs on the right, indicating an electric field. A vertical line labeled 'E' represents the electric field strength.</p>	<p style="text-align: center;">Câmp electrostatic</p>	<p style="text-align: center;">$z \leq$ distanța caracteristică "tunel"</p>
<p style="text-align: center;">Metalică</p>  <p>The diagram shows two vertical hatched lines representing solids, labeled '1' and '2'. Between them, several circles with minus signs represent overlapping electron shells.</p>	<p style="text-align: center;">Electroni variabili interfaciali</p>	<p style="text-align: center;">$z \approx$ dimensiunile atomilor (analogie "marile limite")</p>
<p style="text-align: center;">Covalente</p>  <p>The diagram shows two vertical hatched lines representing solids, labeled '1' and '2'. Between them, several pairs of overlapping circles represent atomic orbitals forming covalent bonds.</p>	<p style="text-align: center;">Superpoziți a distribuției electronilor</p>	<p style="text-align: center;">$z \approx$ dimensiunile atomilor (legături "basculante")</p>

Fig. 3.1.10. Caracteristicile mecanismului de adeziune

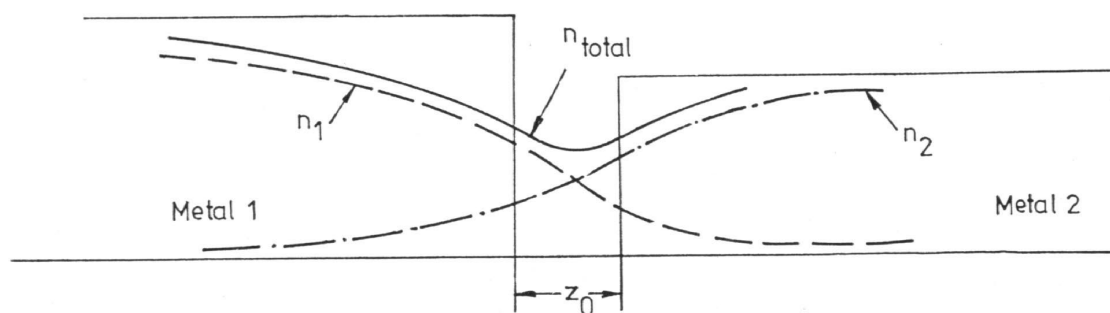


Fig. 3.1.9. Modelul “gelatină” al adeziunii la suprafețe metalice

Adeziunea este rezultatul esențial a forțelor moleculare din zona de contact, astfel că se pot remarca următoarele dependențe:

- i) contactul elasto-plastic al solidelor determină mărirea ariei reale;
- ii) influența tensiunilor elastice ce se găsesc în zona de separație;
- iii) filmele superficiale și rugozitățile reduc forțele de adeziune.

Se definește coeficientul de adeziune, $a = F_A / F_n$, unde F_A este forța de adeziune și F_n - forța normală.

În figura 3.1.10 se observă dependența coeficientului de adeziune de duritate. Coeficientul de adeziune scade cu creșterea durității, modulului de elasticitate și energiei superficiale. Valorile coeficientului de adeziune depind de tipul rețelei cristaline. Adeziunea este minimă pentru rețeaua hexagonală cu fețe centrate.

Pentru explicarea rezultatelor experimentale este necesară cunoașterea următoarelor proprietăți fizice:

- deformația plastică;
- densitatea electronilor liberi ce se găsesc pe suprafață.

Energia superficială a metalelor se poate calcula. Astfel, în tabelul 3.1.2 se prezintă energia superficială a unor metale cu rețea cubică cu fețe centrate

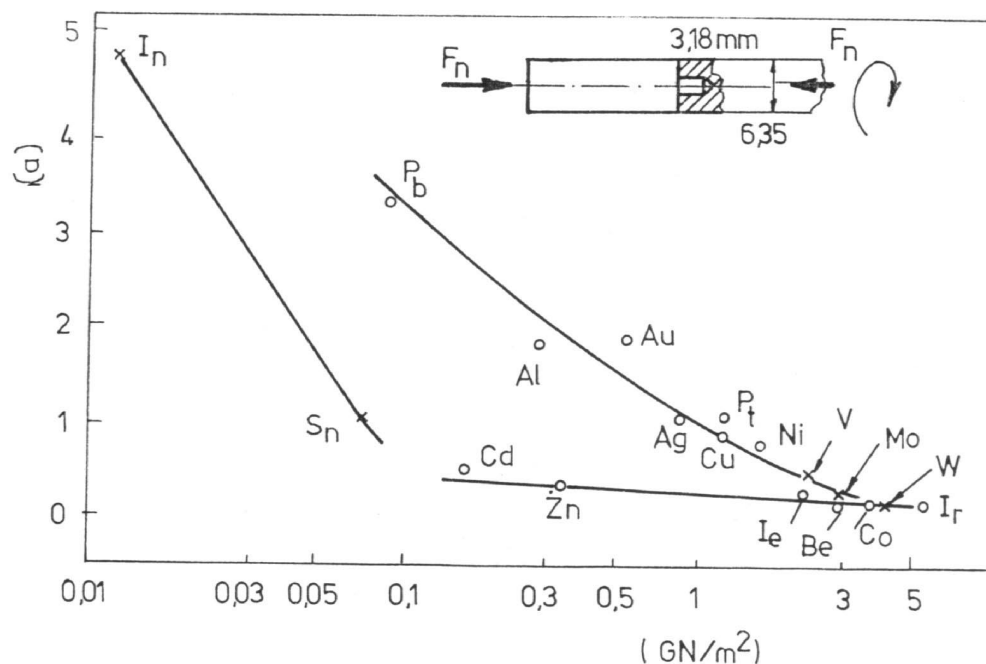


Fig. 3.1.10. Coeficientul de adeziune și duritatea

Tabelul 3.1.2

Cuplul de metale	Energia de contact, erg/cm ² (1 erg = 10 ⁻⁷ J)	Clasificarea experimentală
Al-Al	525	1
Al-Au	465	2
Al-Cu	455	3
Al-Ag	385	4
Cu-Cu	375	5
Au-Au	345	6
Cu-Ag	335	7
Ag-Ag	290	8

Prezența energiei superficiale face ca aria efectivă de contact să crească față de aria determinată cu relațiile lui Hertz. De exemplu, pentru contactul unei sfere cu un plan (materiale identice- cauciuc) se ilustrează în figura 3.1.11 variația razei de contact cu adeziune a_H și fără adeziune a_{H_0} .

se acceptă că energia de adeziune pe unitatea de suprafață ($\Delta\gamma$) este dependentă de energiile fiecărei suprafețe γ_1 și γ_2 și de energia interfeței γ_{12} :

Această energie $\Delta\gamma$ are ca efect apariția forței F_n^* , care poate fi considerată ca o forță exterioară normală suplimentară:

$$\Delta\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{12}$$

$$F_n^* = \frac{3}{2} \pi r \Delta\gamma$$

Pentru o sferă din cauciuc cu raza $r=22$ mm și $\gamma=30$ mJ·m⁻², forța F_n^* este de ordinul de mărime a mN.

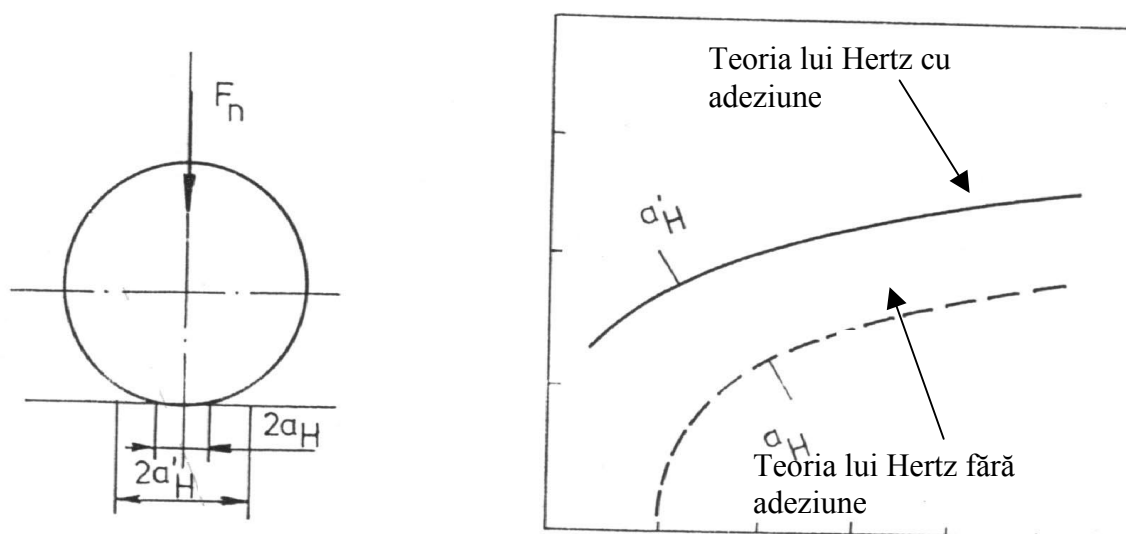


Fig. 3.1.11. Contactul hertzian cu și fără adeziune

Pentru suprafețele cu rugozități și deformații elastice, se definește “parametrul de adeziune”

$$\theta = \frac{E z^{3/2} r^{1/2}}{r \Delta\gamma}$$

unde: r este raza medie de curbură a rugozităților; z – înălțimea medie a rugozităților; E - modulul de elasticitate redus; $\Delta\gamma$ – energia superficială de adeziune.

Factorul $(r \Delta\gamma)$ este o măsură a forței de adeziune și factorul $(Ez^{3/2}r^{1/2})$ este o măsură a repulsiei elastice.

Adeziunea se consideră ca fiind puternică atunci când parametrul de adeziune $\theta \geq 10$. Această situație corespunde solidelor de tip Van der Waals cu $z \approx 1$ nm, cauciucului cu $z \approx 5$ nm și solidelor foarte dure ca de exemplu diamantul.

3.2. Forțe tangențiale

Originea și mecanismul frecării în regim uscat sunt procese de disipare a energiei. Se consideră un contact static între două corpuri solificate inițial de o forță pur normală, F_n , și apoi se suprapune o forță tangențială, F_t . Forța tangențială nu produce o deplasare a corpului în ansamblul său. Cele două forțe produc simultan deformații interfaciale elastice și plastice. Pentru procesul de frecare este necesară cunoașterea următoarelor mărimi: tensiunile elastice și plastice, deplasările, modificările zonei de contact, dispersia “contaminanților” din zona de contact și microdeplasările din fața contactului în direcția de mișcare.

Tensiuni și deplasări elastice

Se consideră două sfere elastice solificate de o forță normală, F_n , și o forță tangențială, F_t . Forța tangențială este mai mică decât cea normală, astfel că suprafețele de contact cu și fără forță tangențială sunt concentrice (fig. 3.2.1).

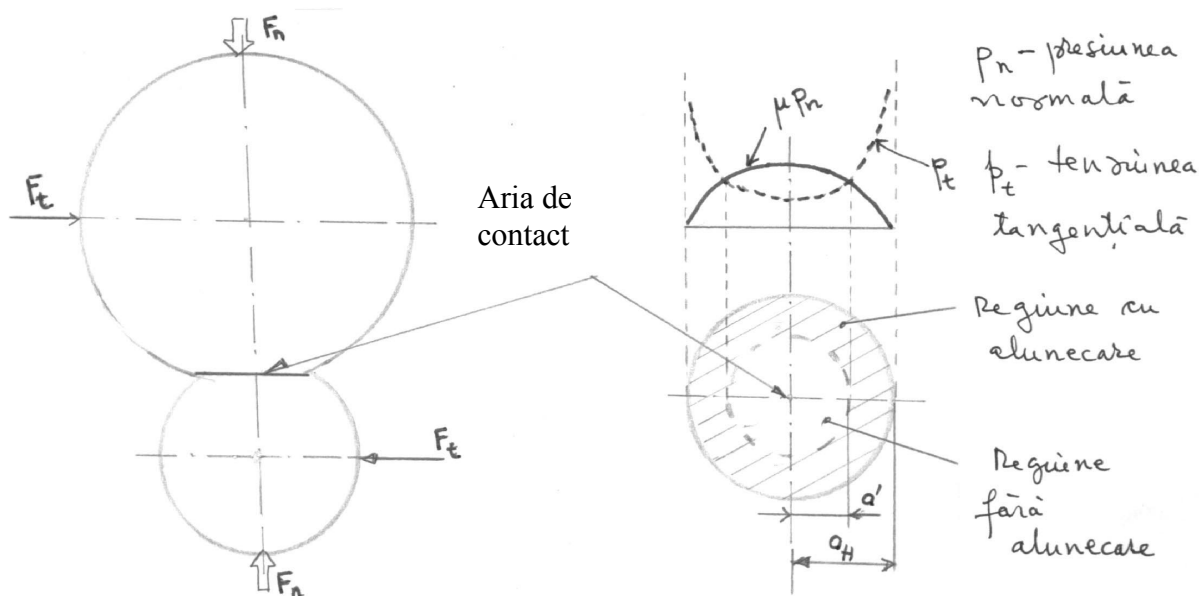


Fig. 3.2.1. Zone cu și fără alunecare

Tensiunile de tracțiune cresc de la centru către margini, unde teoretic tind către infinit. Aceste tensiuni depășesc pe cele generate prin frecare de presiunile normale, astfel că vor apărea microalunecări (modelul Mindlin). Adeziunile locale care apar la microdeplasări pot fi estimate ca fiind o măsură a coeficientului de frecare μ . Forța tangențială nu depășește produsul dintre coeficientul de frecare și forța normală.

Dacă se consideră raza hertziană a cercului de contact a_H și μ coeficientul de frecare, atunci când se aplică o forță tangențială F_t , în zona de contact vor fi două regiuni, una în care nu vor fi microalunecări, caracterizată prin raza a' , și alta inelară unde vor apărea microalunecări.

Raza a' se determină analitic, pe baza modelului Mindlin (fig.3.2.1):

$$a' = a_H \left(1 - \frac{F_t}{\mu F_n} \right)^{1/3} \quad (3.2.1)$$

Datorită tensiunilor tangențiale mari de pe marginea zonei de contact și a tensiunilor normale mari din zona centrală, pot apărea deformații plastice. Aplicarea criteriului de plasticitate von Mises pentru cazul bidimensional conduce la relația :

$$p^2 + 3\tau^2 = p_c^2 \quad (3.2.2)$$

unde p este presiunea normală; τ – tensiunea tangențială; p_c – rezistența la curgere.

Prin analogie cu criteriul de plasticitate, pentru modelul ideal de frecare uscată a două sfere cu rugozități, se produc deformații plastice și apare o joncțiune prin adeziune, atunci când:

$$p^2 + c\tau^2 = p_o^2 \quad (3.2.3)$$

unde c este o constantă, $c \approx 10$; p_o - presiunea statică de contact.

Dar:

$$p = \frac{F_n}{A_r}, \quad \tau = \frac{F_t}{A_r}; \quad p_o = \frac{F_n}{A_{ro}}$$

unde A_r este aria reală (efectivă) de contact; A_o – aria reală (efectivă) statică.

Prin înlocuirea în (3.2.3) se obține:

$$\left(\frac{F_n}{A_r}\right)^2 + c \left(\frac{F_t}{A_r}\right)^2 = \left(\frac{F_n}{A_{ro}}\right)^2 \quad \text{și}$$

$$\frac{A_r}{A_{ro}} = \left[1 + c \left(\frac{F_t}{F_n}\right)^2\right]^{1/2} \quad (3.2.4)$$

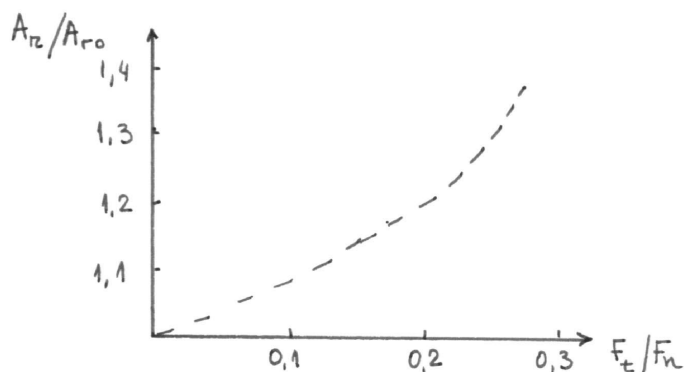


Fig. 3.2.2.

Se poate observa că aria efectivă de contact crește semnificativ atunci forța tangențială reprezintă circa $(0,3 \dots 0,6)F_n$.

De exemplu, pentru valoarea $F_t = 0,3 \cdot F_n$, raportul A_r/A_{ro} devine 1,4.

Pentru suprafețele materialelor pure, adeziunea interfacială este evidențiată teoretic și experimental. Prezența adeziunilor face posibil ca aria reală să crească până la valoarea ariei nominale.

La aceeași forță tangențială, prezența “contaminanților” în zona de contact poate conduce la creșterea ariei reale de contact.

Dispersarea contaminanților

Diferiți contaminanți, cum ar fi oxizii, umiditatea etc., se formează pe suprafața de contact. Forțele cu raza mică de acțiune, care există pe suprafața solidului, sunt saturate de contaminanții din mediul atmosferic sau de lubrifianț.

Când două suprafețe sunt în contact, forțele cu rază mare de acțiune (forțe de tip Van der Waals) pot acționa în direcția normală la suprafață, deoarece forțele cu raza mică au fost deja saturate. Grosimea stratului contaminat este mai mare decât cele mai mari raze de acțiune ale forțelor.

În același timp, forțele tangențiale exterioare dispersează contaminanții pe zona de frecare. Ca urmare, forțele cu raza mică de acțiune formează conexiuni locale de adeziune. Suprapunerea forțelor tangențiale și mișcarea relativă sub presiuni normale de contact conduc la creșterea adeziunilor, de exemplu, pentru metale creșterea poate fi mai mare de 10 ori.

Microdeplasări în apropierea contactului

La aplicarea unei forțe tangențiale statice unui contact supus unei sarcini normale, se produc microdeplasări relative de la 0,1 până la 1 μm. Aceste microdeplasări sunt instantanee și pot fi reversibile sau nereversibile. În suprafețele conjugate de contact apar transformări elastice sau/și plastice. Transformările se produc, în special în fața contactului, evaluat după sensul forței tangențiale.

3.3 Frecarea de alunecare

Alunecarea dintre elemente apare când forța tangențială are o valoare superioară forței de frecare maxime (fig. 3.3.1).

Se observă, în această situație, următoarele aspecte macroscopice, experimentale (legile Amontons-Coulomb):

- i) Forța de frecare are o direcție opusă mișcării tangențiale
- ii) Forța de frecare este proporțională cu forța normală F_n :

$$F_f = \mu F_n$$

unde μ este coeficientul de frecare .

iii) Forța de frecare este independentă de aria geometrică (arie nominală, arie aparentă) de contact..

Aceste legi sunt, în multe situații, aplicabile în inginerie.

Aspectele fizice ale proceselor de forfecare și mecanismele de frecare demonstrează că legile "Amontons-Coulomb" nu sunt valabile pentru presiuni de contact ridicate și pentru toate tipurile de materiale.

Următoarele aspecte sunt importante pentru contactul static:

a) Două suprafețe solide cu aria geometrică (nominală), A_n , în contact, se ating sub forța exterioară în anumite puncte, formând microcontacte.

b) Suma microcontactelor duce la aria (reală) efectivă de contact A_r , prin care se transmite forța normală, F_n .

c) Dependența aproximativă a ariei efective de forța normală și de material este de forma:

$$A_r = \frac{F_n}{\sigma_c} \text{ unde } \sigma_c \text{ este rezistența de curgere}$$

-deformația elastică (index de plasticitate $\Psi < 0,6$)

$$\Psi = \left(\frac{E}{H} \right) \sqrt{\frac{\sigma}{r}};$$

unde E este modulul de elasticitate compus; H – duritatea materialului; σ - abaterea medie pătratică a înălțimilor rugozităților ; r – raza de curbură a vârfurilor rugozităților.

- deformarea plastică ($\Psi > 1$)

Joncțiunile de adeziune ale microcontactelor sunt formate din acțiuni ale forțelor superficiale. -

Forțele cu rază mare de acțiune apar în zonele de contact. Ele apar între combinațiile diferite ale materialelor și sunt forțe de atracție. Raza de acțiune este presupusă a fi de circa 1 nm.

- **Forțele cu raze mici de acțiune** (care de obicei sunt de tip metalic, ionic, covalent) acționează pentru separarea suprafețelor, razele de acțiune sunt situate la mai puțin de 1nm. Considerând frecarea uscată și alunecarea în concordanță cu topografia și compoziția suprafeței solide, putem susține ipoteza că frecarea dintre asperități este acompaniată de procese disipative sau de formarea și distrugerea de microcontacte .Forța macroscopică este suma forțelor microscopice pentru toate microcontactele și energia disipată este suma proceselor elementare de disipare (vezi fig. 3.3.1).

Etapele formării și separării microcontactelor cuprinde următoarele procese:

- i) deformarea elastică a asperității
- ii) deformarea plastică a asperității
- iii) procese de brăzdare;
- iv)forfecarea joncțiunii adezive.

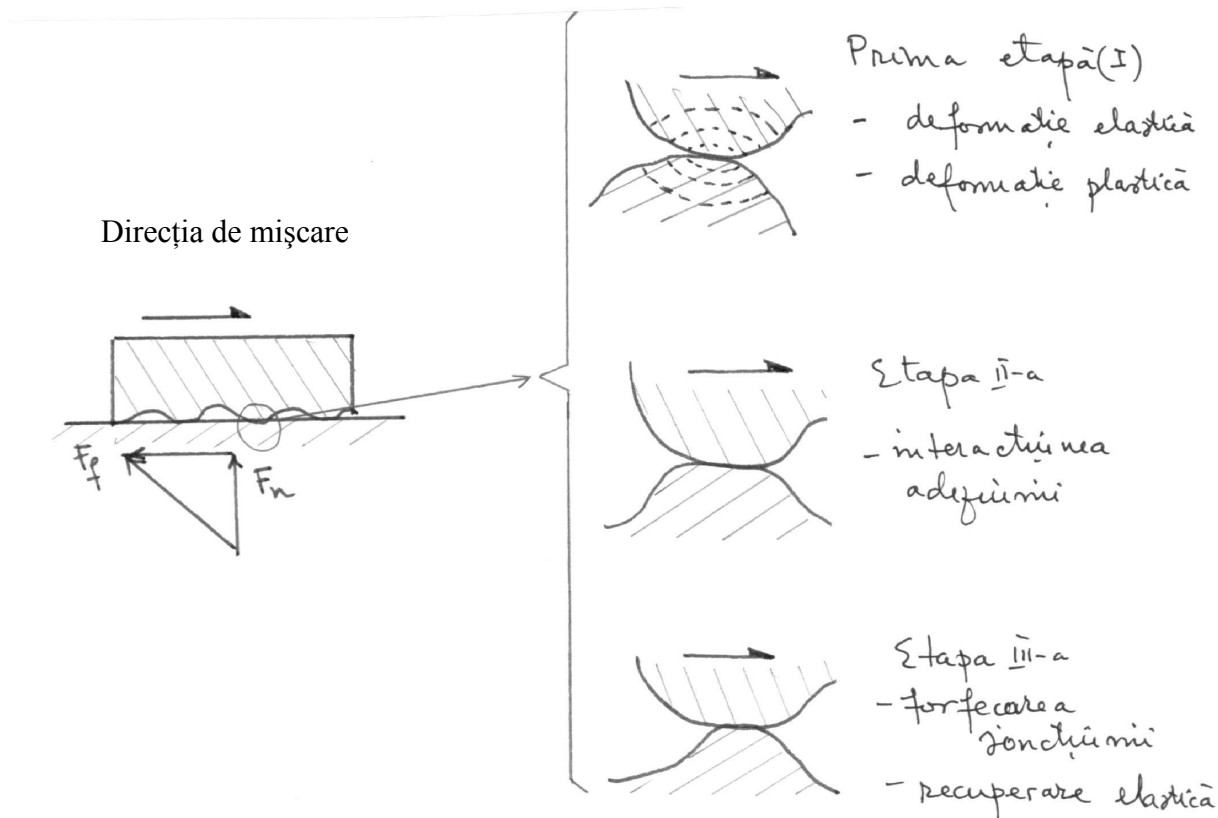


Fig. 3.3.1. Corpul solid în mișcarea de alunecare

Pentru fiecare proces parțial, forța tangențială apare în același timp cu mișcarea relativă. Forța macroscopică de frecare (F_f) are expresia:

$$F_f = \sum F_1 + \sum F_2 + \sum F_3 + \sum F_4 \quad (3.3.1)$$

$$\text{și } \mu = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 \quad (3.3.2)$$

unde F_1 este rezistența provenită din deplasarea elastică a materialului;

F_2 – rezistența provenită din deplasarea plastică a materialului;

F_3 – rezistența pentru forfecarea materialului;

F_4 – rezistența dată de film (adeziune).

Putem explica, cu ajutorul modelului, dependența coeficientului de frecare, mai ales calitativ, de principalii parametri de contact.

În modelul microscopic al frecării apar:

a) procese de deformare

b) procese de adeziune.

Astfel:

$$F_f = F_\alpha + F_a \quad (3.3.3)$$

și $\mu = \mu_d + \mu_a$.

a) Componenta de brăzdare a frecării

Se consideră un corp cu rugozitate rigidă care alunecă pe un altul moale. Rezistența la forfecare este dată de brăzderea materialului moale. Forța normală F_n este echilibrată de presiunile de pe aria reală de contact, A_r .

Pentru cazul contactului plastic, forța normală este: $F_n = A_r p_c$ unde p_c este presiunea de curgere a materialului pe direcția normală (direcția forței normale).

Rezistența tangențială, F_t , este: $F_t = A_t \tau_c$ unde A_t este aria secțiunii transversale.

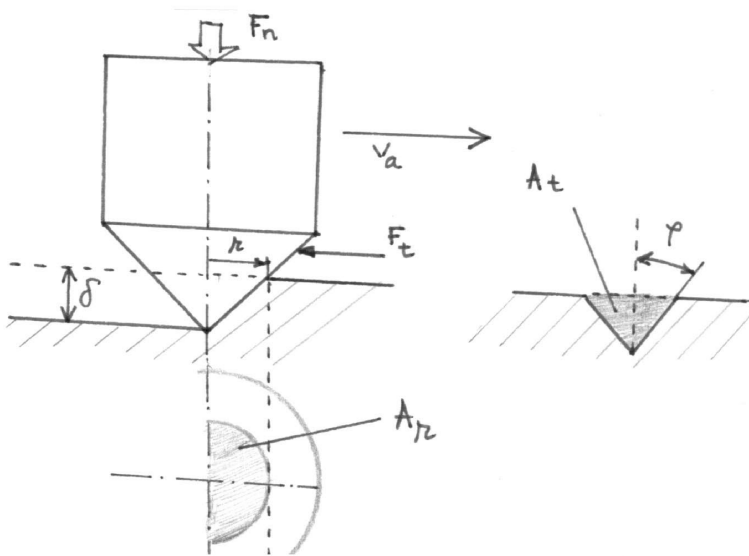
Materialul moale este izotrop, astfel $p_c = \tau_c$ și coeficientul de frecare în regim uscat, pentru deformarea plastică, devine:

$$\mu_d = \frac{F_t}{F_n} = \frac{A_t}{A_r}$$

Raportul A_t/A_r depinde de forma rugozității.

a1) Rugozitatea conică (vezi fig. 3.3.2).

Rugozitățile normale ale suprafețelor metalice au în general $\varphi = 3 \dots 6^\circ$, $\mu \sim 0,05$



$$\mu_d = \frac{A_t}{A_r} = \frac{\frac{1}{2} 2 r \delta}{\frac{\pi}{2} r^2} = \frac{r r \operatorname{ctg} \varphi}{\frac{\pi}{2} r^2} = 2 \operatorname{ctg} \varphi \quad (3.3.4)$$

Fig. 3.3.2. Modelul rugozității conice

a2) Rugozitatea sferică (vezi fig. 3.3.3).

Pentru această situație :

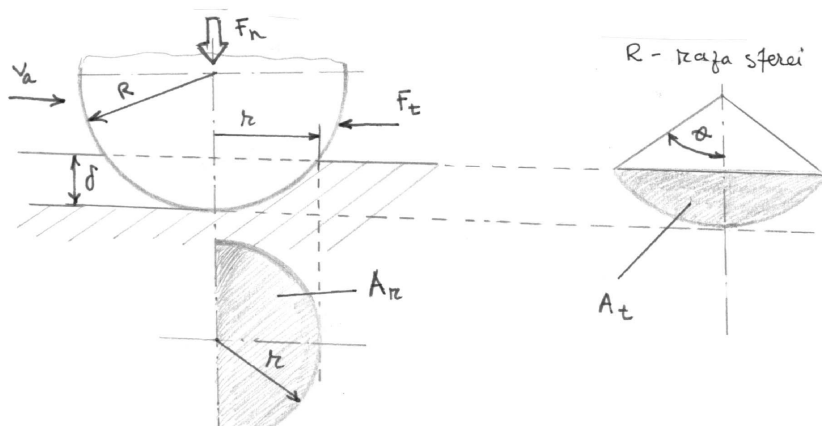


Fig. 3.3.3. Modelul rugozității sferice

$$\mu_d = \frac{A_t}{A_r} \quad \text{și} \quad A_r = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi R^2 \sin^2 \theta.$$

$$A_t = \frac{\pi R^2}{360^\circ} 2\theta - \frac{1}{2} 2 r R \cos \theta = \frac{R^2}{2} 2\theta - R^2 \sin \theta \cos \theta.$$

$$A_t = L \delta$$

Astfel că μ_d devine :

$$\mu_d = \frac{2\theta - \sin 2\theta}{\pi \sin^2 \theta} \quad (3.3.5)$$

de exemplu : dacă $r = \frac{R}{2}$; $\theta = 30^\circ \rightarrow \mu_d = 0,23$

a3) Rugozitatea cilindrică (vezi fig. 3.3.4 a,b).

Se distinge cazul rugozității cu axa perpendiculară pe direcția forței normale (vezi fig. 3.3.4 a).

Pentru această situație :

$$A_r = L r = L \sqrt{R^2 - (R - \delta)^2} \rightarrow A_r = L \sqrt{(2R - \delta)\delta}$$

Astfel, μ_d are expresia

$$\mu_d = \frac{\delta}{\sqrt{(2R - \delta)\delta}} = \sqrt{\frac{1}{2\left(\frac{R}{\delta} - 1\right)}} \quad (3.3.6)$$

Pentru cazul rugozității cilindrice cu axa paralelă cu direcția forței normale (v. fig. 3.3.4 b).

$$A_r = \pi R^2; \quad A_t = 2 R \delta \Rightarrow \mu_d = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\delta}{R} \right) \quad (3.3.7)$$

Componenta coeficientului de frecare, μ_d , are o valoare minimă pentru această situație , dacă se consideră δ/R același.

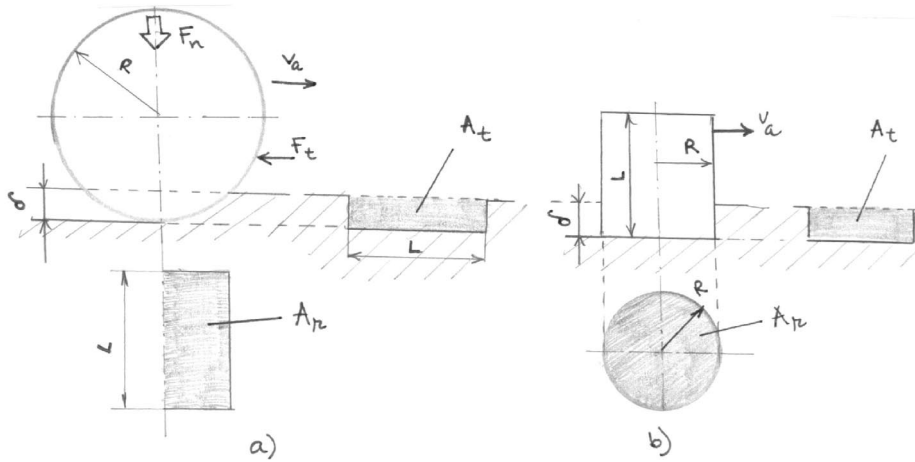


Fig. 3.3.4. Modelul rugozității cilindrice

geometric (3.3.4-3.3.7) trebuie corectat cu un coeficientului de ecruisare k_e . Acest coeficient crește cu cât duritatea materialului este mai mică (vezi tabelul 3.3.1).

$$\mu_d = \mu_{d_{calc}} \cdot k_e \quad (3.3.8)$$

Tabelul 3.3.1

Material	k_e
Wolfram	1,55
Oțel	1,35-1,70
Fier	1,90
Cuivre	1,55
Cositor	2,40
Plumb	2,90

În toate situațiile prezentate (a_1, a_2, a_3) a fost neglijată formarea unui "val" înaintea rugozității rigide (fig. 3.3.5). Prin urmare, aria A_t este diminuată și este dificil de evaluat acest aspect. Ipoteza că materialul este omogen după direcția normală și după direcția tangențială nu este riguroasă. Prin urmare, coeficientul de forfecare calculat

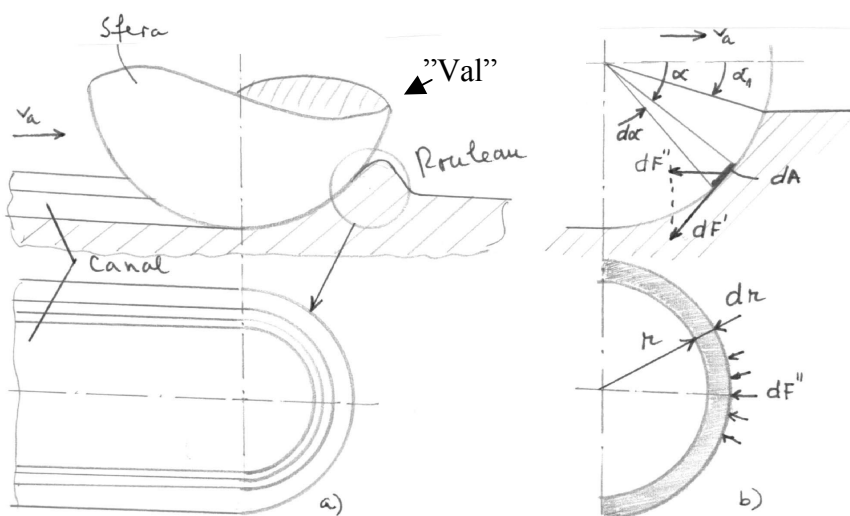


Fig. 3.3.5. Ruloul din fața rugozității rigide (a); adeziunea sferei (b)

b) Componenta de adeziune a frecării

Se consideră cazul contactului unei sfere rigide cu un plan plastic (vezi fig. 3.3.5).

Aria elementară de contact este:

$$dA = \pi r dr = \pi R^2 \cos \alpha d\alpha$$

Forța elementară de adeziune devine:

$$d'F = \tau_c dA = \pi R^2 s \cos \alpha d\alpha \quad (3.3.9)$$

unde τ_c este la tensiunea efectivă de rupere a suprafeței de separare.

Se consideră componenta orizontală dF' și dF'' . Ca urmare:

$$dF'' = d'F \sin \alpha = \pi R^2 p_{ct} \cos \alpha \sin \alpha d\alpha$$

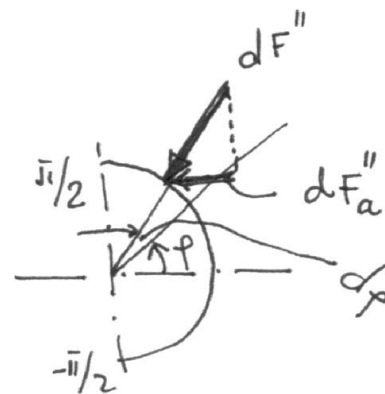
Valoarea medie a componentei dF'' , în direcția de mișcare (v_a), este

$$dF_m'' = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dF_a'' d\varphi = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dF'' \cos \varphi d\varphi = \frac{2}{\pi} dF''$$

Forța de adeziune (F_a) este obținută prin integrarea relației (3.3.9). Astfel,

$$\begin{aligned} F_a &= \int dF_m'' = \int \frac{2}{\pi} dF'' = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_1}^{\pi/2} \pi R^2 p_{ct} \cos \alpha \sin \alpha d\alpha = \\ &= \frac{1}{2} R^2 p_{ct} (1 + \cos 2\alpha_1) \end{aligned}$$

se consideră că $\alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \theta$ (vezi fig. 3.3.3) și se obține componenta de adeziune pentru coeficientul de forfecare:



$$\begin{aligned} \mu_a = \frac{F_a}{F_n} &= \frac{\frac{1}{2} R^2 p_{ct} (1 - \cos 2\theta)}{A_r p_{cn}} = \frac{\frac{1}{2} R^2 p_{ct} 2 \sin^2 \theta}{\frac{1}{2} \pi R^2 p_{cn} \sin^2 \theta} = \\ &= \frac{2 p_{ct}}{\pi p_{cn}} = K_a \frac{p_{ct}}{p_{cn}} \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

unde K_a este $2/\pi$; K_a reprezintă coeficientul de adeziune.

Un caz similar, pentru rugozitatea cilindrică, s-a obținut:

- pentru rugozitatea cilindrică orizontală (axa rugozității perpendiculară pe direcția forței normale

- $\mu_a = \frac{p_{ct}}{p_{cn}}$ și $K_a = 1$ pentru rugozitatea cilindrică verticală (axa paralelă cu direcția forței normale):

$$K_a = \left(\frac{2}{\pi} \frac{\delta}{R} + 1 \right) \quad \text{și} \quad \mu_a = \left(\frac{2}{\pi} \frac{\delta}{R} + 1 \right) \frac{p_{ct}}{p_{cn}} \quad (3.3.11)$$

unde δ este valoarea penetrației.

- pentru rugozitatea conică, valoarea coeficientului K_a este $2/\pi$.

c) Efectul de creștere a joncțiunii

Cercetările experimentale privind contactul dintre o sferă metalică care alunecă pe un plan plastic) au arătat că teoria joncțiunilor este valabilă pentru un material metalic considerat în procesul de forfecare.

Contactul sferă-plan este perfect circular și lipsesc forțele tangențiale. Dacă se aplică o forță tangențială exterioară, aria de contact crește de trei până la patru ori. Acest rezultat experimental explică de ce curgerea plastică este determinată de tensiunea normală, p_n , și de tensiunea tangențială, τ .

Astfel, criteriul de plasticitate este

$$p^2 + \alpha^2 \tau^2 = p_c^2 \quad (3.3.12)$$

unde $\alpha^2 \approx 10$; p_c -tensiunea de curgere plastică.

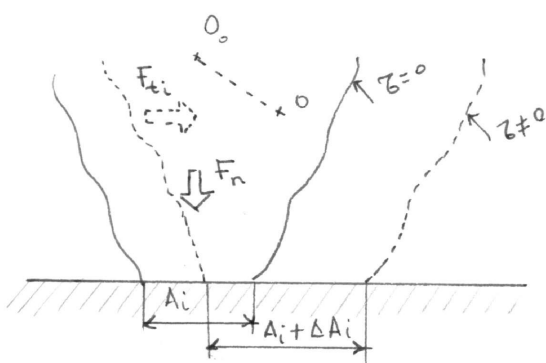


Fig. 3.3.6. Creșterea joncțiunilor

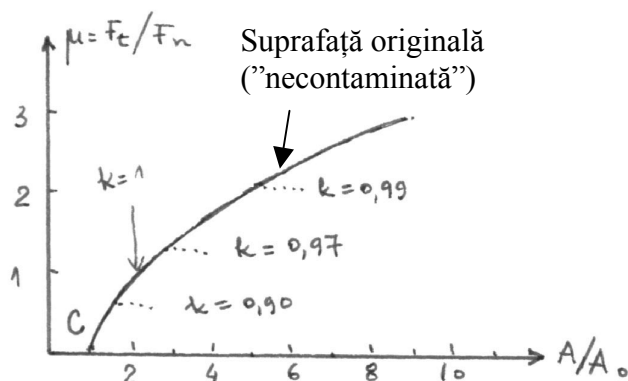


Fig. 3.3.7. Efectul creșterii joncțiunii

Inițial se aplică forța normală, F_n , și se aplică unei rugozități, F_{ni} . Prin urmare, presiunea crește la valoarea critică de curgere, astfel că aria efectivă de contact este:

$$A_i = \frac{F_{ni}}{p_c}$$

În conformitate cu relația (3.3.12), presiunea p_i este mai mică decât în situația inițială (p), unde aria efectivă, A_i , crește cu cantitatea ΔA_i .

Pentru o suprafață intactă, creșterea ariei ΔA_i poate fi de zece ori înainte de apariția degradării. Putem schematiza creșterea joncțiunii pentru rugozitatea considerată cu un plan ideal (vezi fig. 3.3.6).

Se notează $K = \tau / \tau_c$ unde τ_c reprezintă tebsiunea de forfecare .

Valorile coeficientului de frecare sunt mari pentru $k=1$.

Parametrul de creștere, A/A_o , este definit prin raportul dintre aria A (F_n și F_t) și aria A_o (doar F_n):

$$A = \sum_{i=1}^n (A_i + \Delta A_i) \quad A_o = \sum_{i=1}^n A_i$$

Punctul C în fig. 3.3.7 corespunde cazului fără creștere și în acest caz, $\mu=0$.

d) Efectul ecruisării mecanice

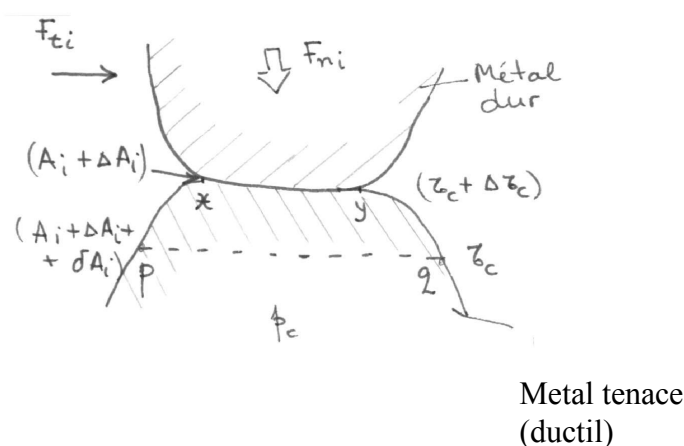


Fig. 3.3.8. Zonele de forfecare cauzate de frecare

$$\tau_c (A_i + \Delta A_i + \delta A_i) = (\tau_o + \Delta \tau_o) (A_i + \Delta A_i)$$

sau

$$\frac{\delta A_i}{A_i + \Delta A_i} > \frac{\Delta p_c}{p_c} \quad (3.3.13)$$

unde δA_i reprezintă creșterea ariei în secțiunea p-q, ca urmare a formei rugozității.

Forfecarea se produce în direcția x-y, dacă:

$$\frac{\delta A_i}{A_i + \Delta A_i} > \frac{\Delta p_c}{p_c} \quad (3.3.14)$$

și în secțiunea p-q, dacă există raportul (3.3.13)

Cea mai mare parte a metalelor se ecruesează în timpul curgerii plastice, astfel că rezistența la forfecare crește.

Trebuie determinat locul forfecării (x-y sau p-q) (fig. 3.3.8).

Ecruisarea mecanică conduce la creșterea tensiunii de curgere plastică cu Δp_c . Din p_c devine $p_c + \Delta p_c$, și tensiunea de curgere devine $\tau_c + \Delta \tau_c$.

Pentru metale $\Delta \tau_c \approx \Delta p_c$; $\tau_c \approx p_c$ ($\Delta \tau_c \approx 0,2 \Delta p_c$).

Apariția curgerii în cazul metalelor ductile devine posibilă în secțiunea x-y sau p-q dacă

$$\frac{\delta A_i}{A_i + \Delta A_i} < \frac{\Delta p_c}{p_c}$$

La egalitatea raportului (3.3.13), forfecarea este prezentă în secțiunea x-y și p-q în același timp. Coeficientul de frecare μ ,

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n F_{ti}}{\sum_{i=1}^n F_{ni}} = \frac{\tau}{p_c} \left(I + \frac{\sum_{i=1}^n \Delta A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \right) \quad (3.3.15)$$

Expresia (3.3.15) explică creșterea coeficientului de frecare în cazul ecruisării mecanice în comparație cu teoria adeziunii. Creșterea joncțiunii fără ecrusare mecanică arată:

$$F_{ti} = (A_i + \Delta a_i + \delta A_i)\tau \quad F_{ni} = A_i(p_c + \Delta p_c)$$

și

$$\mu = \frac{\sum F_i}{\sum F_{ni}} = \frac{\tau}{p_c} \left(I + \frac{\sum \Delta A_i}{\sum A_i} \right) \quad (3.3.16)$$

pentru forfecarea în joncțiunea xy.

e) Componenta moleculară a frecării

În contactul cuplei de frecare, rugozitatea poate fi considerată ca un "al treilea corp" care se modifică continuu. Densitatea energiei de contact este foarte ridicată (10^3 W/m^2). La această densitate, moleculele se găsesc în stare de disociere. În același timp, densitatea energiei din "cavitățile suprafeței" din stratul superficial sunt de douăzeci-treizeci mai mult decât densitatea din volumul materialului. Rezistența de la suprafață este detrimată de rezistența unei "joncțiuni" și depinde de energia de activare (U) și de tipul joncțiunii. Conform teoriei lui Frankel, mutația unui atom de metal între două stări de echilibru temporar se poate face cu evaporare și condensare.

În acest caz, timpul de "staționare" (t) este

$$t = t_o \exp\left(\frac{U}{kT}\right)$$

unde k - constanta lui Boltzmann, t_o - timpul propriu de oscilație; T - temperatura locală.

Rezistența joncțiunii este considerată proporțională cu timpul de "staționare" (t) ($\tau = a_o t$, a_o - parametrul specific materialului)

și energia de activare ($U = U_o + \gamma p_r$, U_o - energia specifică materialului, γ - parametrul geometriei asperității; p_r - presiunea efectivă de contact).

În consecință, rezistența joncțiunii este

$$\tau = a_o t_o \exp\left(\frac{U_o + \gamma p_r}{kT}\right) \approx a_o t_o \left(I + \frac{U_o}{kT} + \frac{\gamma p_r}{kT} \right) = \tau_o + \beta p_r$$

Funcția exponențială este aproximată cu funcția liniară ($e^x \approx 1+x$). Parametrul $\tau_o = a_o x_o + a_o t_o \cdot U_o / (kT)$ este tensiunea tangențială specifică cuplului de materiale și este funcție de regimul de frecare. Parametrul $\beta = a_o t_o \gamma / (kT)$ este un coeficient specific aspectului molecular și de adeziune al frecării. Pentru materiale (de exemplu metale și polimeri) $\beta = 0,02 \dots 0,15$ și $\tau_o \approx 0,2 \dots 1,5 \text{ MPa}$ pentru cuplul de frecare metal-polimer, $\tau_o = 2 \dots 10 \text{ MPa}$ pentru cuplul de frecare uscată metal-metal.

Deoarece joncțiunile se produc doar pe aria efectivă (A_r), componenta moleculară de frecare este:

$$\mu_m = \frac{F_t}{F_n} = \frac{\tau A_r}{p_r A_r} = \frac{\tau_o + \beta p_r}{p_r} = \frac{\tau_o}{p_r} + \beta$$

Această componentă moleculară este similară cu componenta de adeziune (μ_a), ca urmare $\mu_m = \mu_a$.

Coeficientul de frecare și alunecare (μ) poate fi scris ca suma componentei adeziunii (μ_a) și a deformației (μ_d)

$$\mu = \mu_a + \mu_d = \frac{\tau_o}{p_r} + \beta + \mu_d$$

f) Frecarea de alunecare pentru suprafețe cu rugozități multiple

Pentru calculul coeficientului de frecare este necesar să se ia în considerare aspectele aleatoare ale geometriei rugozităților (înălțimea, curbura, pasul).

De exemplu, pentru rugozități considerate sferice se deduce:

- pentru contactul elastic:

$$\mu = k_1 \left(\frac{\tau_o}{p_n} \right) (p_n \theta)^{\frac{2\nu}{2\nu+1}} + k_2 (p_n \theta)^{\frac{1}{2\nu+1}} + \beta$$

unde k_1, k_2 – constante care depind de microgeometrie (parametrii curbei de portanță Abbott-Firstone b, ν); p_n – presiunea nominală de contact; $\theta = (1 - \nu_{1p}^2) E_1 + (1 - \nu_{2p}^2) E_2$

– parametrul de elasticitate (ν_{1p}, ν_{2p} – coeficientul Poisson, E_1, E_2 – modulul de elasticitate);

- pentru contactul plastic

$$\mu = \frac{\tau_o}{3 \sigma_c} + K_3 \left(\frac{p_n}{3 \sigma_c} \right)^{\frac{1}{2\nu}} + \beta$$

unde K_3 este un coeficient dependent de microgeometrie; σ_c este rezistența de curgere plastică a materialului.

3.4. Frecarea de rostogolire

Frecarea de rostogolire este un fenomen complex și este dependent de factori mecanici, fizici și chimici.

Acest tip de frecare poate fi clasificat:

- rostogolire cu forțe tangențiale ridicate;
- rostogolire cu forțe tangențiale mici care este numită frecare de "rostogolire liberă".

Rezistența de rulare are următoarele efecte:

- a) micro-alunecare
- b) histerezis elastic
- c) deformare plastică
- d) efect de adeziune.

a) Micro-alunecări

În literatură se disting următoarele aspecte

a1) Alunecare de tip Reynolds

Se consideră un contact hertzian între două corpuri, la care deformarea elastică nu se neglijează. Corpurile se rostogolesc și presiunea de contact produce deplasări tangențiale inegale pe suprafață. Ca urmare, în zonele de contact vor apărea alunecări

a2) Alunecare Heathcote

Se consideră, de exemplu, o sferă care se rostogolește într-o cavitate. Punctele sferei deformate elastic sunt situate la distanțe diferite de axele de rotație ale sferei, astfel că se introduc forțe tangențiale și microalunecări.

a3) Alunecarea Carter-Poritsky-Föppl

Se consideră doi cilindri care se rostogolesc ca urmare a unei forțe tangențiale, în direcția de rulare (cazul bidimensional).

Aria zonei de microalunecare este calculată și zona nu este centrală, ca în situația statică (vezi fig. 3.4.1). Efectul microalunecării este mic în comparație cu coeficientul de rulare. Efectul de microalunecare este foarte important pentru transmiterea mecanică care poate transfera energie prin rulare.

b)Histerezisul elastic

Tabor a propus un concept de histerezis elastic în 1952. Se consideră că rezistența de rulare este determinată de pierderi prin histerezis în material.

Energia elastică de deformare este recuperată doar în zone cu contact fix. Diferența de energie reprezintă o pierdere a frecării prin rulare. Pierderile prin histerezis în material depinde de proprietățile de relaxare și amortizare.

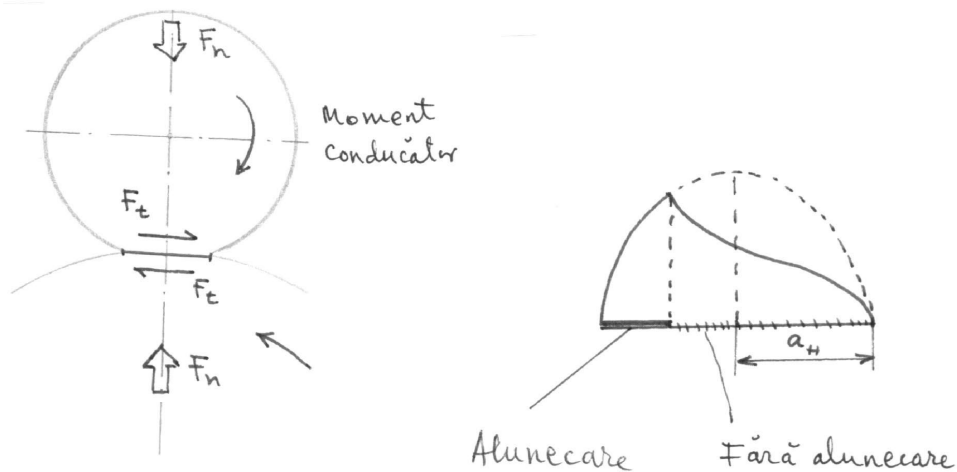


Fig. 3.4.1. Alunecarea și nealunecarea în contactul prin rostogolire

Coeficientul de frecare prin rostogolire este o măsură a histerezisului elastic.

b1) Materialul elastic

Se consideră că un cilindru rigid (caracterizat prin raza r și lungime L) este pe un plan elastic

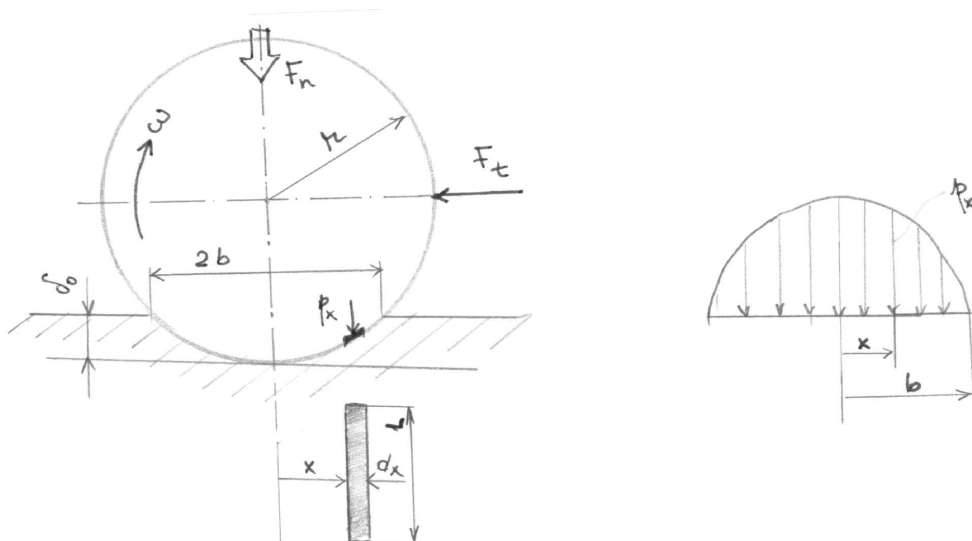


Fig. 3.4.2. Contactul cilindrului rigid cu planul elastic

(caracterizat prin coeficientul lui Poisson ν și modul de elasticitate E).

Se calculează aria de contact și presiunea, utilizând relațiile lui Hertz:

$$b = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{F_n r}{L} \cdot \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \right)^{1/2}$$

$$p_x = \frac{2 F_n}{L \pi b} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Momentul elementar generat de presiunea p_x , care acționează pe aria elementară $dA=L \cdot dx$, este

$$dM = x p_x L dx \quad (3.4.1)$$

Momentul forței, generat de presiunea de pe aria de contact frontal, este

$$M = \int_0^b x p_x L dx = L \int_0^b x \frac{2 F_n}{L \pi b} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right]^{1/2} dx = \frac{2}{3\pi} (F_n R) \frac{b}{R}$$

Lucrul mecanic transferat cilindrului pe unitatea de lungime a frecării ϕ_1

$$\phi_1 = \frac{2}{3\pi} \frac{b}{R} F_n$$

Deoarece presiunea de contact este simetrică, lucrul mecanic este nul.

Totuși presiunea normală nu este simetrică în raport cu axa cilindrului. În acest caz, diferența între lucrul mecanic în perioada de încărcare și în perioada de descărcare poate fi scris $\alpha_h \phi_1$ (α_h coeficientul de histeresis prin rulare).

Forța de frecare prin rulare este

$$F_t = \alpha_h \phi_l = \frac{2\alpha_h b}{3\pi R} F_n$$

Coeficientul convențional de frecare prin rulare este

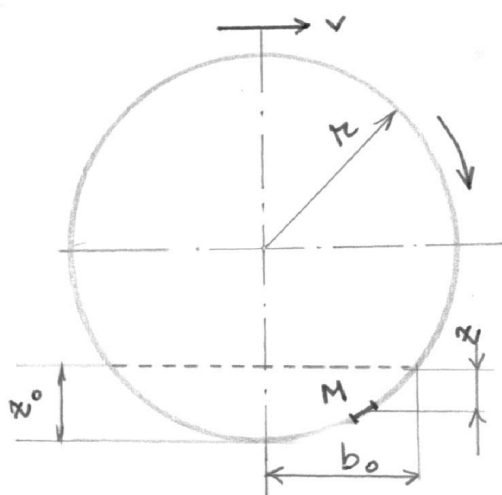
$$\mu_r = \frac{F_t}{F_n} = \frac{2\alpha_h b}{3\pi R} \quad (3.4.2)$$

Coeficientul pierderilor prin histerezis la rulare este mai mare decât coeficientul pierderilor prin histerezis după direcția de solicitare (α), care se determină prin experiențe simple de histerezis.

Se obține

$\alpha_h = 3,3\alpha$ pentru un cilindru lung, $\alpha_h = 2\alpha$ pentru un cilindru scurt și $\alpha_h = 2,2\alpha$ pentru sferă.

b₂ Materialul vâsco-elastic



Se consideră un cilindru rigid (raza r și lungimea L) care rulează pe un plan vâsco-elastic de tip Maxwell (vâscozitatea η , elasticitatea E , timpul de relaxare τ).

Corelația dintre tensiune (σ) și deformația relativă (ε) este

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon} - \tau \ddot{\varepsilon}$$

unde $\dot{\varepsilon}$ și $\ddot{\varepsilon}$ sunt viteza de deformație relativă și viteza de aplicare a tensiunii.

În sistemul de coordonate (fig. 3.4.3) deformarea prin compresiune, pentru punctul M , este:

$$z(t) = \frac{v}{2r} (2b_0 t - vt^2)$$

(3.4.3)

unde t este timpul în care punctul M se găsește în contact cu cilindrul.

Fig. 3.4.3. Contactul vâsco-elastic

Utilizând principiul superpoziției al lui Boltzman, tensiunea de compresiune ce corespunde punctului M devine

$$\frac{\sigma(t)}{E} = z(t) + \int_0^t \phi(t-\theta) \frac{dz}{d\theta} d\theta \quad (3.4.4)$$

unde l este grosimea materialului; θ – timpul curent; $\phi(t-\theta)$ – funcția de relaxare a tensiunii.

Pentru modelul Maxwell, funcția de relaxare este

$$\phi(t-\theta) = \exp\left(\frac{\theta-t}{\tau}\right) - 1 \quad (3.4.5)$$

În acest caz, expresia (3.4.8) devine

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(t)}{E} &= \frac{v}{2r} (2b_0 t - vt^2) + \int_0^t \left[\exp\left(\frac{\theta-t}{\tau} - 1\right) - 1 \right] (b_0 - v\theta) \frac{v}{r} d\theta = \\ &= \frac{v\tau}{r} \left[(1 - e^{-t/\tau})(b_0 + v\tau) - vt \right] \end{aligned} \quad (3.4.6)$$

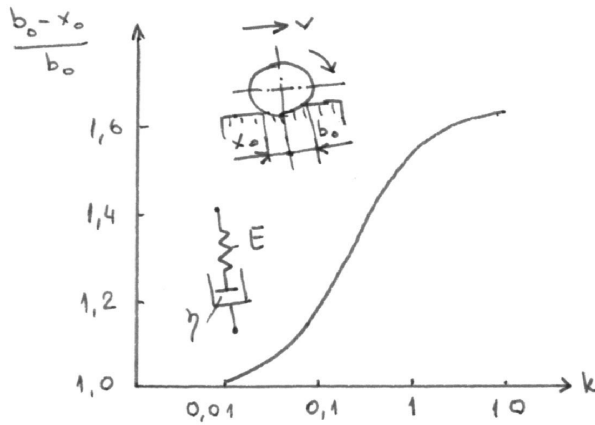
Coordonata, x_0 , a cilindrului în contact, care determină granița zonei de contact, se poate calcula cu (3.4.6), dar $\sigma(t)=0$:

$$(1 - e^{-t/\tau})(b_0 + v\tau) - vt = 0$$

Pe perioada timpului de relaxare, $\tau = kT$, unde T este timpul când cilindrul parcurge distanța a_0 , și k este constanta de proporționalitate, ecuația (3.4.6) are soluția intrinsecă:

$$\exp\left[-\frac{l}{k}\left(\frac{b_0 - x_0}{b_0}\right)\right] = 1 - \frac{l}{k+1} \frac{b_0 - x_0}{b_0}$$

Această soluție este ilustrată în fig. 3.4.4.



Pentru $k \rightarrow \infty$ rezultă $\frac{b_0 - x_0}{b_0} \rightarrow 2 \Rightarrow x_0 \rightarrow b_0$

(simetria este perfectă); $k \rightarrow 0$, $x_0 \rightarrow 0$ (asimetria este totală).

Momentul de rezistență la rostogolire care apare pentru unitatea de lungime a

cilindrului este $\frac{M}{L} = \int_{x_0}^{b_0} x \sigma(x) dx$

(3.4.7)

unde L este lungimea cilindrului.

Dacă se introduce (3.4.6) în (3.4.7) și $t = x/v$, după integrare, rezultă:

Fig. 3.4.4. Asimetria zonelor de contact pentru materialul Maxwell

$$\frac{M}{L} = \frac{E b_0^4 k}{l r} \left\{ \frac{l}{3} \left[1 - \left(\frac{x_0}{b_0} \right)^3 \right] - \frac{k}{2} \left[1 - \left(\frac{x_0}{b_0} \right)^2 \right] \right\} \quad (3.4.8)$$

Forța de rostogolire necesară , $F_t = \frac{M}{Lr}$.

Forța normală F_n :

$$\frac{F_n}{L} = \int_{x_0}^{b_0} \sigma(x) dx \quad (3.4.9)$$

și după integrare

$$\frac{F_n}{L} = \frac{E v \tau b_0^2}{2 r l} \left[1 - \left(\frac{x_0}{b_0} \right)^2 \right] \quad (3.4.10)$$

Coefficientul de rulare pentru materialul Maxwell este

$$\mu_r = \frac{F_t}{F_n} = \frac{2 b_0}{r} \left\{ \frac{1 - \left(\frac{x_0}{b_0} \right)^3}{3 \left[1 - \left(\frac{x_0}{b_0} \right)^2 \right]} - \frac{k}{2} \right\} \quad (3.4.11)$$

c. Deformarea plastică

Se obține când procesele de rulare și presiunea de contact sunt ridicate. Pentru rostogolirea liberă a cilindrului, presiunea hertziană (p_H) maximă, pentru atingerea limitei de curgere a materialului, (σ_c) este:

$$p_H \approx 3 \sigma_c$$

În această situație, energia este necesară pentru formarea urmei de deformare plastică.

Analiza exactă a procesului de deformare plastică a unei sfere cu un plan este foarte dificilă..

Eldredge și Tabor au găsit o soluție aproximativă. Ei au observat că pentru prima rulare, forța de frecare (F_f) este

$$F_f \propto \frac{F_n^{2/3}}{r} \text{ unde } F_n \text{ este forța normală, } r - \text{ raza sferei.}$$

Pentru un ciclu complet, apare ecruisarea materialului, astfel că presiunea hertziană maximă (p_H), pentru atingerea limitei de curgere a materialului este

$$p_H \approx 4 \sigma_c$$

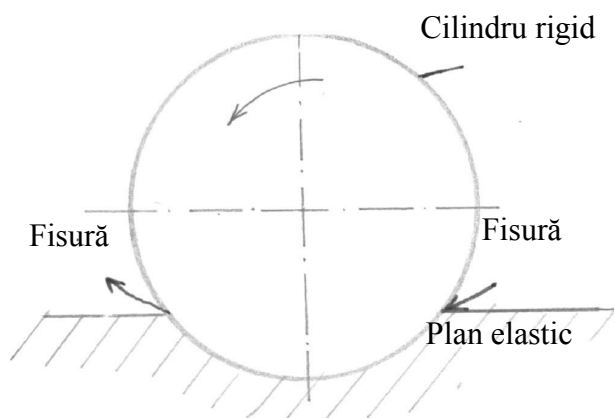
În această situație, după câteva rotații, deformarea devine elastică și mecanismul de frecare se schimbă.

d) Efectele adeziunii

Pentru compararea adeziunii și separarea suprafețelor în contactul cu rostogolire și în cel cu alunecare apar următoarele diferențe

- în rulare, apropierea și separarea se produc în direcția normală mai mult decât în direcția tangențială;

- forțele cu care raza mică acționează, (Van der Waals) sunt preponderente, deci forțele de adeziune au o importanță mai redusă în mărimea forței de rostogolire.



Se consideră rostogolirea unui cilindru rigid pe un plan de cauciuc elastic (fig. 3.4.5). Fisurile se propagă cu aceeași viteză, fără a ține seama de numărul fisurilor (înaintea cilindrului).

Acest aspect observat experimental a demonstrat că frecarea de rostogolire este consecința histerezisului elastic - o parte a energiei este folosită pentru formarea și distrugerea joncțiunii de adeziune.

Altă teorie a adeziunii prin rulare (Derjaguin și Smilga) are la bază afinitatea electrică a materialului în contact în timpul rostogolirii. În contact se produc schimbări electrostatice și se

Fig.3.4.5. Rostogolirea unui cilindru rigid pe un plan elastic

disipă energie.

Discuțiile despre frecarea de rostogolire conduc la concluzia că această frecare este un proces complex și este determinat de proprietățile cuplului de materiale și de variabilele de lucru (viteză, presiune, temperatură etc).

3.5. Transmiterea și disiparea energiei

Sistemul tribologic consideră că lucrul mecanic este un parametru principal pentru caracterizarea fenomenelor de frecare și uzură.

Conceptul de sistem permite analiza mărimilor de intrare (X^t), mărimilor de ieșire (Y^t) și pierderile din sistem (Z^t).

În fig. 3.5.1 este reprezentată schema unui sistem tribologic evidențiată la nivelul lucrului mecanic.

Balanța energetică ne arată că lucrul mecanic la intrarea în sistem este egal cu lucrul mecanic necesar la ieșire, energia stocată în sistem și energia transformată în energie termică.

Variația lucrului mecanic cu timpul este puterea, astfel că bilanțul puterii în sistemul complet este

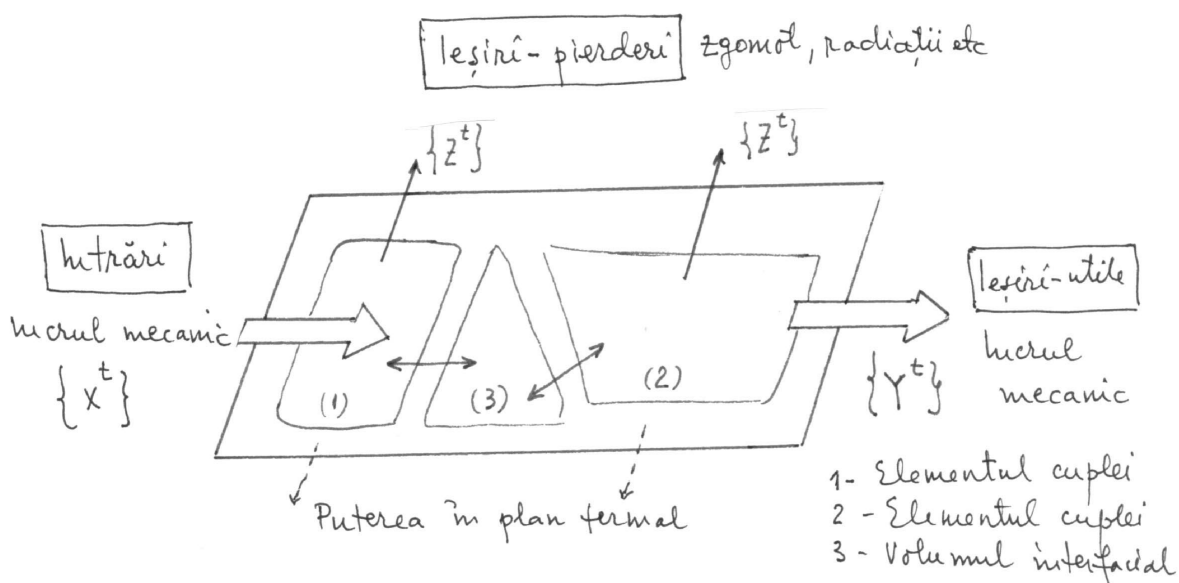


Fig. 3.5.1 Schema sistemului tribologic

$$\sum \dot{E}_x^t = \sum \dot{E}_y^t + \sum \dot{E}_z^t + \sum \Delta \dot{E}_s + \sum \dot{E}^{tT}$$

unde \dot{E}_x^t – puterea la intrare \dot{E}_y^t – puterea utilă la ieșire; \dot{E}_z^t – variația pierderii de putere la ieșire; $\Delta \dot{E}_s$ – energia stocată în unitatea de timp ; \dot{E}^{tT} – variația de energie termică care este transformată în lucru mecanic .

Pentru un singur element j ($j=1,2,3$):

$$\sum_{\text{touts } i} \dot{E}_{ij}^t = \sum_{\text{touts } i} \dot{E}_{ji}^t - \sum \dot{E}_j^t + \sum \Delta \dot{E}_{sj} + \sum \dot{E}_j^{tT} + \sum \dot{E}_j^{tM}$$

unde indicele "i" se referă la toate elementele cu care elementul "j" are schimb de lucru mecanic și \dot{E}_j^{tM} absorbția puterii mecanice. Procesul care transferă lucrul mecanic indirect este un proces ireversibil.

"Pierderile" de energie mecanică în sistemul tribologic pot fi împărțite, formal, în trei faze:

I. Introducerea lucrului mecanic în zona de contact cu:

- formarea ariei efective de contact

II. Transformarea lucrului mecanic în interiorul contactului :

- deformarea elastică

-deformarea plastică

- adeziunea

III. Disiparea energiei :

a) Stocare :

- generare de defecte punctuale și dislocări

- stocarea energiei sub formă de tensiuni

b) Emitere

- fotoni (vibrație acustică, sunete)

- fotoni (tribo-luminiscentă)

- electroni (exo-electroni, efect Kramer)

c) Transformarea în planul termic :

- generare de căldură și entropie .

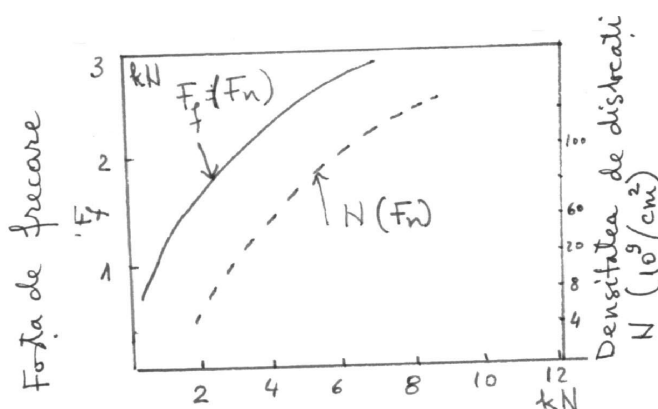
a) Stocare de energie

Fig. 3.5.2. Forța de frecare și densitatea dislocațiilor

Prin tehnica Moiré și cu microscopul electronic se observă structura cristalină a corpului și dislocațiile și imperfecțiunile.

Procesul de frecare modifică esențial densitatea dislocațiilor, cum se vede în fig. 3.5.2 pentru frecarea de alunecare a fierului pur.

Lucrul mecanic necesar pentru creșterea lungimii cu o unitate de dislocație, pentru materialul izotrop, este:

$$\Delta E_m = \frac{G b^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{r_1}{r_0} \quad \text{pentru o}$$

dislocație marginală;

$$\Delta E_e = \frac{G b^2}{4\pi} \ln \frac{r_1}{r_0} \quad \text{pentru dislocația}$$

helicoidală ;

unde G – modulul elastic de forfecare ; b – vectorul Burges; r_1 – raza medie ; r_0 – raza de influență ; ν – coeficientul Poisson.

De exemplu, pentru cupru ($G = 4 \cdot 10^{10} \text{N/m}^2$, $\nu = 0,34$; $b = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$; $r_0 = 10^{-9} \text{ m}$, $r_1 = 10^{-2} \text{ m}$) rezultă $\Delta E_e = 4,8 \cdot 10^{-9} \text{ Jm}^{-1}$.

Această valoare este comparată cu energia de frecare pe care o disipă un corp la deformarea plastică sau elastică .

Energia stocată este mică, aproximativ 1% din energia de frecare .

b) Emisia de energie

Energia elastică eliberată de distrugerea joncțiunii se disipă instantaneu prin vibrații și alte forme de stimulare ale rețelei materialului. Această energie dirijează alte forme de energie (efect foto-electric, emisie termoionică).

i) Emisia de fotoni (unde acustice, sunete)

Microvibrațiile autoexcitate de frecare dispar singure când vibrațiile normale sunt atenuate de procesele exterioare sau când viteza de alunecare este mai mică decât viteza critică. Valoarea critică a vitezei (v_{cr}) este

$$v_{cr} = \frac{\mu \sigma_c l_a^2}{2 \eta y}$$

unde μ – coeficientul de frecare ; σ_c – tensiunea de curgere a materialului; l_a –pasul rugozității ; η – vâscozitate materialului în timpul fluajului ; y – înălțimea rugozității .

Pentru frecare de alunecare a oțelului, $v_{cr} \approx 5 \cdot 10^{-10 \pm 1} \text{ cm/s}$. Această valoare mică indică posibilitatea sigură a disipării unei părți de energie prin frecare ca urmare a undelor acustice .

ii) Emisia de fotoni (tribo-luminiscență)

Este cunoscut în fizică fenomenul de tribo-luminiscență pentru uran-nitrat sau ZnSMn. Lucrul mecanic permite distrucția joncțiunii active și fotonii sunt emiși sub formă de lumină vizibilă. Explicația teoretică nu este completă, dar se consideră că pe suprafața fisurii există un strat electrostatic

dublu. Acest strat electrostatic se descarcă în timpul frecării. De asemenea o parte a lucrului mecanic se transformă în energie electrostatică și emite radiații optice.

iii) Emisia de electroni (efect Kramer)

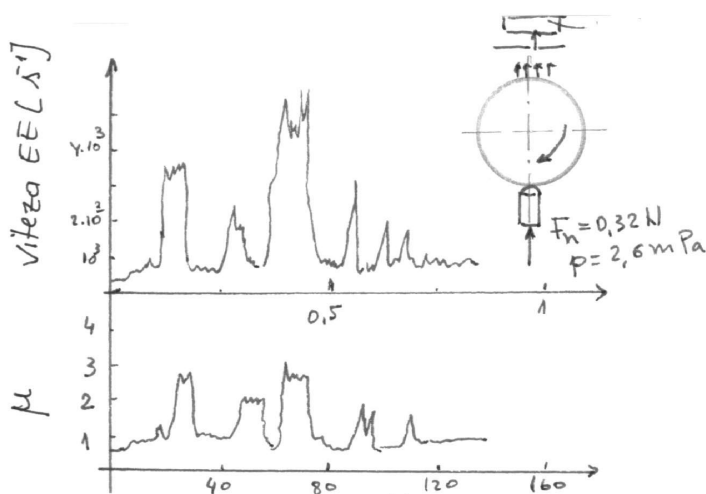


Fig. 3.5.3. Coeficientul de frecare și emisia de electroni

Kramer (1949) a observat că o suprafață metalică proaspăt polizată emite electroni. Sursa de electroni este energia mecanică care stimulează prin activare rețeaua materialului.

De exemplu, în fig. 3.5.3 se observă viteza de emisie a electronilor în corelație cu coeficientul de frecare (μ). Se constată că viteza de emisie este maximă când coeficientul de frecare este maxim.

c) Transformări în plan termic

Analiza mecanismului de disipare a energiei prin frecare (stocare și emisie) arată că importanța lucrului mecanic pierdut prin frecare este mică. Se știe că majoritatea lucrului mecanic este transformat în căldură.

Căldura generată de frecare poate rămâne în fiecare element al sistemului (intensifică procesele de activare a energiei pentru schimbarea proprietăților materialului sau pentru dezvoltarea reacțiilor chimice) sau poate transforma sistemul prin convecție, conducție sau radiație. Efectul important al generării de căldură este creșterea temperaturii elementelor din sistem.

Cunoașterea temperaturii care este indusă (temperatură tribo-indusă) în sistem este considerată în tribologie ca un parametru important.

Creșterea temperaturii se referă la :

- (i) temperatura medie (volumică);
- (ii) gradientul termic;
- (iii) temperatura locală ("instantanee" sau "blitz" sau "flash").

Pentru determinarea temperaturii, se consideră un model simplu (modelul Archard), fig. 3.5.4. Rugozitate unui corp (1) formează o arie circulară $A = \pi a^2$ și se mișcă cu viteza v pe suprafața plană a unui corp (2).

Temperaturile sunt calculate cu ipoteza că întreaga căldură este generată pe aria efectivă (reală) și este dirijată în elementele cuplei care participă la frecare

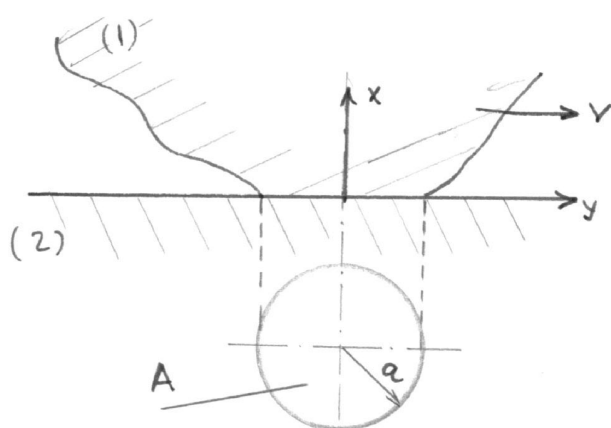


Fig. 3.5.4. Modelul temperaturii instantanee

Principalele aspecte de calcul sunt

:
- soluția ecuației de schimb de căldură ,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{Q'}{\rho c}$$

(3.5.1)

unde T este temperatura unui punct situat la distanța x de centrul de contact, t – timpul ; λ – conductivitatea termică ; ρ – densitatea, c – căldura specifică ; Q' – căldura pierdută pe unitatea de volum

- condițiile limită și inițiale;

- proporția căldurii generate prin frecare ($q = \mu p v$, μ – coeficientul de frecare ; p – presiunea efectivă (reală, v – viteza de alunecare) și disipată în cele

două elemente poate fi determinată prin ipoteza aceleiași temperaturi pe zona de contact ($T_1=T_2$ pentru $x_1=x_2=0$).

Soluția ecuației (3.5.1), pentru o regim termic staționar ($\partial T/\partial t=0$), sursa de căldură (q) este mobilă cu viteza v, pentru contactul plastic al asperității și pentru $x=0$ este

$$\Delta T_{\max} = 0,25 NL \quad \text{pentru } L < 0,1$$

$$\Delta T_{\max} = 0,25 c_1 NL \quad \text{pentru } 0,1 < L < 5$$

($c_1=0,95$ pentru $L = 0,1$; $c_1=0,5$ pentru $L=5$)

$$\Delta T_{\max} = 0,435 c_2 NL^{1/2} \quad \text{pentru } 5 < L < 100$$

($c_2 = 1/[1 + 0,87 L^{-1/2}]$)

$$\Delta T_{\max} = 0,435 NL^{1/2} \quad \text{pentru } L > 100.$$

În aceste relații se utilizează următoarele notații:

$$L = \frac{F_n^{1/2} v}{2a(\pi \sigma_c)^{1/2}} \quad N = \pi \mu \frac{\sigma_c}{\rho c}$$

unde σ_c – tensiunea de forfecare a materialului și $a = \lambda/(\rho c)$ – difuzivitatea termică .

Creșterea temperaturii instantanee maxime (ΔT_{\max}) se referă la temperatura medie (volumică) . Ca atare, temperatura maximă totală este suma dintre temperatura medie și temperatura instantanee maximă.

Pentru un sistem care conține două corpuri cu cinematică și geometrie identică, căldura de frecare se distribuie proporțional cu factorul termic $\sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1}$ sau $\sqrt{\lambda_2 \rho_2 c_2}$.