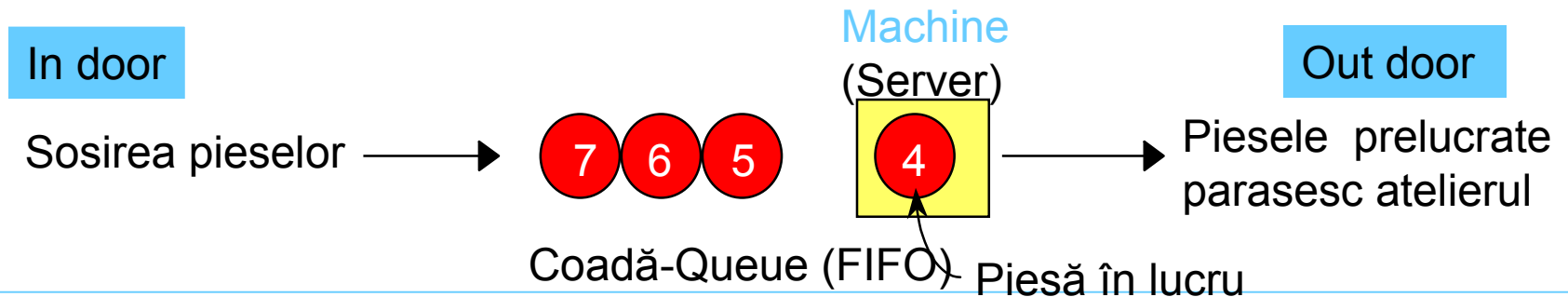


Un exemplu simplu de sistem de prelucrare



- **Elementele de interes:**
 - Estimarea volumului producției (număr de piese)
 - Timpul de staționare în atelier, timpul de așteptare la coadă, lungimea cozii, proporția în care mașina este ocupată etc.
- Unitățile folosite pentru timp sunt arbitrare, dar trebuie să fie omogene.

Datele pentru model

- **Condiții inițiale (time 0) atelierul este gol și mașina gata de lucru (idle)**
- **Unitatea de timp: minutul**
- **Timpul la sosire : 0.00, 6.84, 9.24, 11.94, 14.53**
 - *Intervalul dintre sosiri: 6.84, 2.40, 2.70, 2.59, 0.73 (5.4)*
- **Timpul de prelucr.: 4.58, 2.96, 5.86, 3.21, 3.11**
- **Se face analiza după ce au trecut 15 minute (timp de simulare)**

Obiectivele studiului:

Măsurarea performanțelor sistemului

- **Producția totală** numărul de piese prelucrate (P)
- **Timpul mediu de așteptare** al pieselor la coadă:

$$\frac{\sum_{i=1}^N D_i}{N}$$

N = nr. de piese care au trecut prin coadă
 D_i = timpul de așteptare al piesei i
Cunoscut : $D_1 = 0$ (pentru că mașina era inițial liberă)

- **Timpul maxim de așteptare** al pieselor la coadă:

$$\max_{i=1, \dots, N} D_i$$

Măsurarea performanțelor sistemului (cont.)

- **Numărul mediu de piese** care așteaptă la coadă :

$$\frac{\int_0^{15} Q(t) dt}{15} \quad Q(t) = \text{numărul de piese ce așteaptă la coadă la momentul } t$$

- **Numărul maxim de piese** care s-au aflat la coadă:

$$\max_{0 \leq t \leq 15} Q(t)$$

- **Durata medie și respectiv maximă** a timpului de producție pentru piese (timpul cât o piesă se află în sistem, **ciclul de producție - flowtime**)

$$\sum_{i=1}^P F_i / P, \quad \max_{i=1, \dots, P} F_i \quad F_i = \text{durata ciclului pentru piesa } i$$

Măsurarea performanțelor sistemului (cont.)

- **Utilizarea** mașinii (proporția timpului cât mașina este ocupată - busy)

$$\frac{\int_0^{15} B(t) dt}{15} \quad B(t) = \begin{cases} 1 & \text{dacă mașina este ocupată la timpul } t - \text{busy} \\ 0 & \text{dacă mașina este liberă la timpul } t - \text{idle} \end{cases}$$

- **Alte informații posibile**

Modalități de analiză

- **Estimare analitică simplificată**

- Timpul mediu de apariție a pieselor (timpul între două sosiri) = 3.05 minute
- Timpul mediu de prelucrare = 3.94 minute
- Rezultă că sistemul va “exploda” în timp (nu chiar în cele 15 minute) pentru că serverul nu face față ritmului de sosire iar mărimea cozii va crește încontinuu
- Dacă s-ar modifica ultima valoare pentru timpul până la apariția piesei 5 de la 0.73 la 5.4 atunci pentru timpul mediu de apariție a pieselor ar rezulta 3.98 minute, deci nici o piesă nu ar trebui să fie la coadă.
- **Realitatea este undeva la mijloc**
- Această estimare are limite certe

Modalități de analiză_(cont.)

• Utilizarea teoriei șirurilor de așteptare

- Necesită ipoteze suplimentare despre model
- cel mai frecvent și cel mai simplu model : *coadă (șir) M/M/1 (proces Marcovian/ proces Marcovian/1 server)*
 - intervalul dintre sosiri (interarrival time) are o distribuție exponențială
 - Durata timpului de prelucrare(service time) este are și ea o distribuție exponențială și este independentă de intervalul dintre sosiri
 - $E(\text{service}) < E(\text{interarrival})$ (coada nu explodează)
 - timp de funcționare foarte lung
 - Rezultatul analitic exact pentru timpul mediu de așteptare la coada serverului este

$$\frac{\mu_s^2}{\mu_A - \mu_s} \quad \text{unde : } \mu_s = E(\text{service}); \mu_a = E(\text{interarrival});$$

Probleme: valabilitatea modelului in privința timpului de analiză, estimarea valorilor medii μ_s și μ_a

Modalități de analiză_(cont.)

- **Simulare mecanicistă**

- Operațiile individuale (sosirile, timpii de prelucrare) vor avea loc exact ca în realitate
- Mișcările, schimbările se vor petrece în momentul (“timpul”) potrivit, în ordinea corectă
- Piesele interacționează (se așează la coadă)
- Se instalează “observatori” pentru a măsura performanțele sistemului
- **Este o abordare concretă, de tipul “brute-force”**
- **Nu are nimic misterios sau subtil, dar:**
 - furnizează o mulțime de detalii, ține evidențe
 - se consemnează efectele reale asupra indicatorilor statistici

Elementele unei simulări

- **Entitățile**

- sunt “jucătorii” care se deplasează în sistem, își schimbă statutul, afectează sau sunt afectați de celelalte entități
- sunt **Obiecte dinamice** — care sunt create, se deplasează în sistem, părăsesc sistemul
- în mod uzual reprezintă lucruri “reale”
 - în modelul nostru: entitățile sunt piese
- în mod uzual în sistem circulă mai multe tipuri de entități
- se pot utiliza și entități “fantomă” pentru o serie de “trucuri” de modelare
 - de exemplu : simularea unei “pene” poate fi modelată printr-un “demon” rău care vine și blochează mașina !

Elementele unei simulări_(cont.)

- **Atributele**

- servesc pentru a caracteriza (descrie sau diferenția) entitățile
- entitățile pot avea același “câmp” pentru un atribut, care va avea însă valori diferite de la o entitate la alta, de exemplu:
 - Timpul la care a sosit entitatea în sistem (time of arrival)
 - Prioritatea
 - Culoarea
 - Tipul piesei
- Valoarea atributului este legată de o entitate specifică (este “lipită” pe ea
- Poate fi tratat ca o variabilă “locală” (la nivelul entității)
- Unele atribute sunt generate automat în program, altele sunt definite de programator

Elementele unei simulări_(cont.)

- ***Variabilele* (Globale)**

- Reflectă o caracteristică a sistemului, independentă de entități
- În model pot fi mai multe variabile, dar fiecare este unică;
- unele sunt create de program, altele sunt definite de utilizator
- Nu sunt legate de entități
- Entitățile pot accesa și schimba variabilele de ex:
 - Numărul de piese în sistem
 - Starea mașinii (disponibilă, ocupată, în pană, în revizie)
 - Lungimea unei cozi
- Este ca o “**Scriere pe tablă**” a variabilei și valorii ei

Elementele unei simulări_(cont.)

• **Resursele**

- Entitățile sunt în competiție în utilizarea resurselor, respectiv a :
 - Oamenilor
 - Echipamentelor
 - Spațiului
- Entitățile “ocupă” (*seize*) o resursă, o utilizează, și apoi o “eliberează” (*release*)
- Se poate considera că resursa este atribuită entității și nu entitatea este repartizată resursei
- O resursă poate avea mai multe unități (*units*) de capacitate, de ex:
 - mai mulți muncitori ce pot executa aceeași operație
 - locuri la masă într-un restaurant
 - mai mulți casieri la un ghișeu
- Capacitatea resursei se poate modifica în timpul simulării

Elementele unei simulări_(cont.)

- **Cozile (Queues)**

- Locuri în care entitățile așteaptă atunci când ele nu mai pot avansa în sistem (cel mai adesea pentru că resursa pe care trebuie să o utilizeze nu este disponibilă)
- Au nume (în program se acordă unul implicit, în acord cu cel al resursei)
- Pot avea o capacitate finită, pentru a modela un spațiu fizic limitat; — programatorul trebuie să stabilească în model ce se întâmplă cu entitățile care ajung la o coadă care este deja plină
- În mod uzual se monitorizează lungimea cozii și timpul de așteptare în ea

Elementele unei simulări_(cont.)

- ***Indicatori statistici (Statistical accumulators)***
 - Variabile care monitorizează (“watch”) ce se întâmplă
 - Furnizează informații asupra performanțelor sistemului (măsoară indicatorii necesari)
 - Sunt “pasivi” în model— nu participă, ci numai înregistrează
 - O parte sunt definiți automat în program, dar în mod uzual sunt definiți de utilizator
 - La sfârșitul simulării sunt folosiți pentru calculul performanțelor finale ale sistemului

Elementele unei simulări_(cont.)

- **Accumulatorii statistici pentru exemplul simplu de sistem de prelucrare**
 - **P** Numărul total de piese produse
 - **SD** Timpul total petrecut de piese la coadă (ca sumă a timpilor individuali corespunzători fiecărei piese)
 - **N** Numărul total de piese care au trecut prin coadă
 - **D*** Timpul maxim petrecut de o piesă la coadă
 - **SF** Suma timpilor de producție (total of flowtimes)
 - **F*** Durata maximă a unui ciclu de producție
 - $\int Q$ Aria de sub curba de reprezentare a numărului de piese la coadă $Q(t)$
 - **Q*** Valoarea maximă pentru $Q(t)$ (numărul maxim de piese aflate la un moment dat la coadă, pe durata simulării)
 - $\int B$ Aria de sub curba ce indică ocuparea serverului, $B(t)$

Modul de lucru pentru realizarea unei simulări :

- Se identifică **evenimentele** (*events*) caracteristice — schimbările de stare
- Se decide, prin **algoritmul** programului, să se efectueze schimbările de stare pentru fiecare tip de eveniment , să se execute calculele pentru indicatorii statistici etc.
- Se introduce un ceas al simulării și se gestionează **calendarul evenimentelor viitoare**
- În cadrul rulării se **sare** (*jump*) de la un eveniment la următorul, se asigură procesarea, se calculează statistica, se actualizează calendarul evenimentelor
- Se oprește rularea
- În mod uzual toate acestea se realizează prin intermediul limbajelor de programare generale (FORTRAN,C, etc.)

Evenimentele pentru Sistemul simplu de producție

- **Sosirea (Arrival) unei piese noi în sistem**
 - Se aduc la zi (update) indicatorii statistici (de la ultimul eveniment la cel actual)
 - Aria de sub curba $Q(t)$
 - Max pentru $Q(t)$
 - Aria de sub curba $B(t)$
 - Se marchează “**Mark**” pe piesa sosită timpul curent
 - indicator **Time of arrival** (valoare ce va fi folosită ulterior)
 - Dacă mașina este disponibilă (**idle**):
 - se pornește prelucrarea, mașina devine ocupată (**busy**), se contorizează timpul (**tally**) la coadă pentru piesa respectivă (0)
 - Else - (Dacă mașina este ocupată (**busy**):
 - pune piesa la capătul cozii, incrementează cu o unitate variabila corespunzătoare pentru lungimea cozii
 - Programează următorul eveniment de sosire

Evenimentele pentru Sistemul simpu de producție_(cont.)

- **Plecarea (*Departure*)** (când prelucrarea s-a încheiat)
 - Incrementează cu 1 acumulatorul pentru numărul pieselor prelucrate
 - Calculează durata ciclului de producție (*flowtime*) (timpul curent (now) - time of arrival)
 - Aduce la zi indicatorii statistici
 - If coada nu este goală:
 - Preia prima piesă de la coadă, îi calculează timpul petrecut la coadă și începe prelucrarea (programând și următorul eveniment de plecare)
 - Else (coada este goală):
 - Declară mașina disponibilă (*idle*) (*Notă*: nu se mai programează nici o plecare în calendarul evenimentelor)

Evenimentele pentru Sistemul simpu de producție_(cont.)


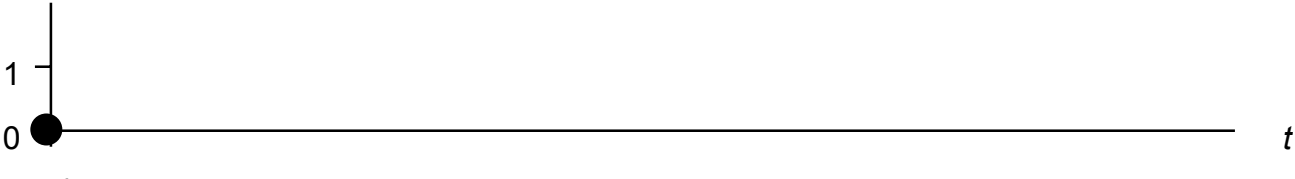
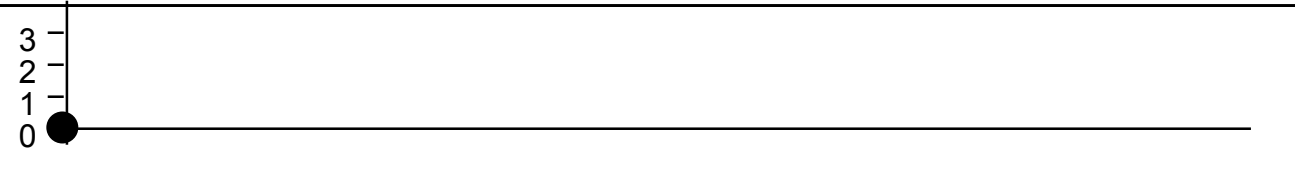
- ***Sfârșit (End)***
 - Se aduc la zi indicatorii statistici (corespunzător terminării simulării)
 - Se calculează mărimile finale solicitate ca date de ieșire utilizând valorile actualizate ale indicatorilor statistici
- **Pentru o nouă rulare sistemul trebuie reinițializat**

Simularea prin calcul direct




- Se trasează manual diagramele pentru variabilele de stare și se calculează manual indicatorii statistici
- Se folosesc timpii de sosire și cei de servire furnizați prin enunț
- Se elaborează calendarul evenimentelor
- “Se sare ” în timp de la un eveniment la următorul

Notă: Pentru simplificare, în continuare nu mai este prezentat și calculul pentru indicatorii referitori la durata ciclului de producție (flowtime - F , F^*)


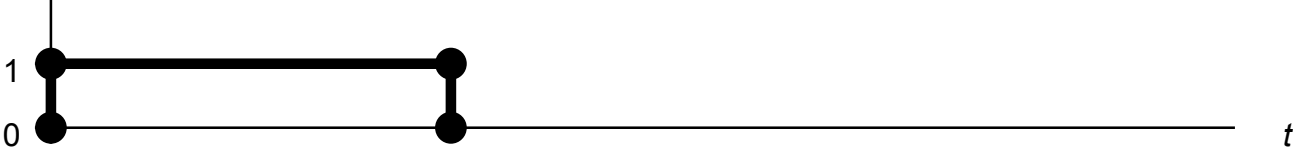

Initializare la $t = 0.00$

System 	Clock 0,00	$B(t)$ 0.00	$Q(t)$ 0.00	Timpul de sosire (Arrival times) al pieselor la coada <empty>	Calendarul evenimentelor [1, 0.00, Arr] [-, 15.00, End]
Numarul pieselor ce au trecut prin coada 0	Timpul total petrecut la coada 0.00		Aria de sub curba $B(t)$ 0.00		Aria de sub curba $Q(t)$ 0.00
Graficul $B(t)$					
Graficul $Q(t)$					
Interarrival times	6.84	2.40	2.70	2.59	0.73
Service times	4.58	2.96	5.86	3.21	3.11


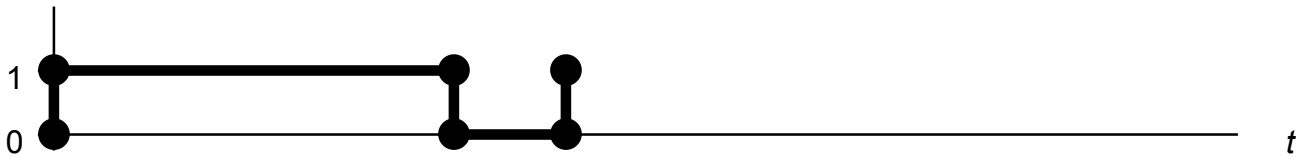
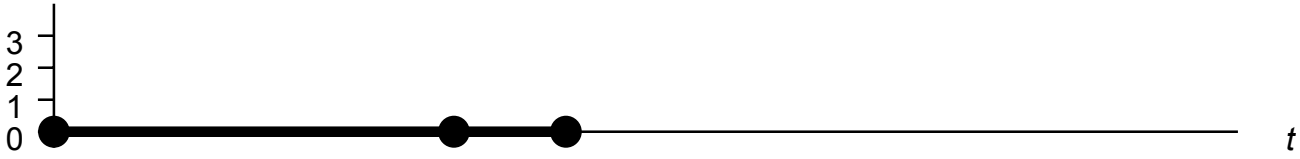
Sosirea piesei 1 la $t = 0.00$

System 	Clock 0,00	$B(t)$ 0.00	$Q(t)$ 0.00	Timpul de sosire (Arrival times) al pieselor la coada <empty>	Calendarul evenimentelor [1, 4.58, Dep] [2, 6.84, Arr] [-, 15.00, End]
Numarul pieselor ce au trecut prin coada 1	Timpul total petrecut la coada 0.00		Aria de sub curba $B(t)$ 0.00		Aria de sub curba $Q(t)$ 0.00
Graficul $B(t)$					
Graficul $Q(t)$					
Interarrival times	6.84	2.40	2.70	2.59	0.73
Service times	4.58	2.96	5.86	3.21	3.11



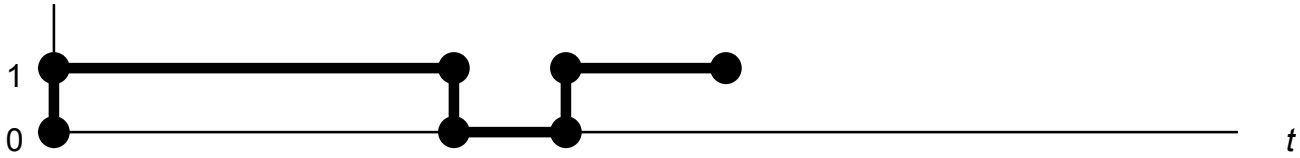
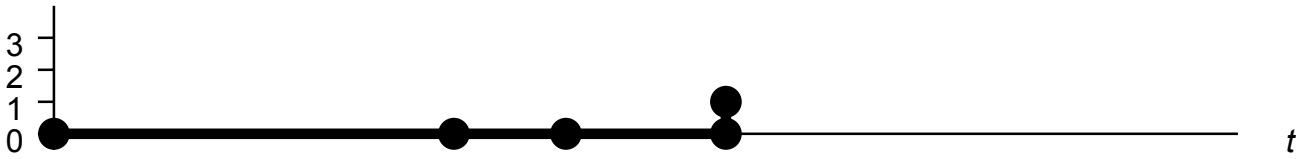
Plecarea piesei 1 la $t = 4.58$

System 	Clock 4.58	$B(t)$ 0.00	$Q(t)$ 0.00	Timpul de sosire (Arrival times) al pieselor la coada <empty>	Calendarul evenimentelor [2, 6.84, Arr] [-, 15.00, End]
Numarul pieselor ce au trecut prin coada 1	Timpul total petrecut la coada 0.00		Aria de sub curba $B(t)$ 4.58		Aria de sub curba $Q(t)$ 0.00
Graficul $B(t)$					
Graficul $Q(t)$					
Interarrival times	6.84	2.40	2.70	2.59	0.73
Service times	4.58	2.96	5.86	3.21	3.11


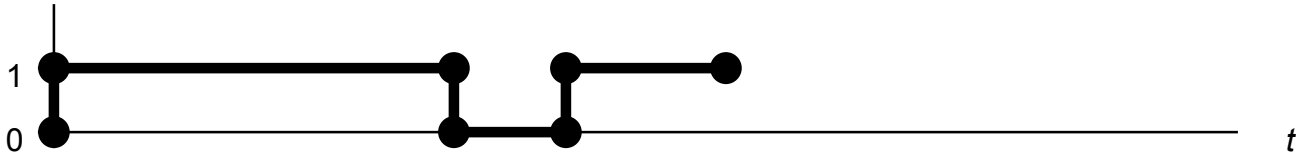
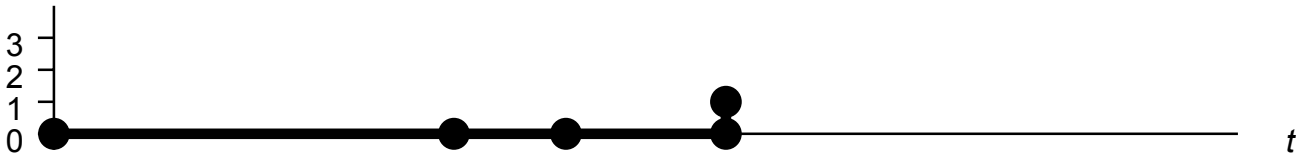
Sosirea piesei 2 la $t = 6.84$

System 	Clock 6.84	$B(t)$ 1.00	$Q(t)$ 0.00	Timpul de sosire (Arrival times) al pieselor la coada <empty>	Calendarul evenimentelor [3, 9.24, Arr] [2, 9.80, Dep] [-, 15.00, End]
Numarul pieselor ce au trecut prin coada 2	Timpul total petrecut la coada 0.00		Aria de sub curba $B(t)$ 4.58		Aria de sub curba $Q(t)$ 0.00
Graficul $B(t)$					
Graficul $Q(t)$					
Interarrival times	6.84	2.40	2.70	2.59	0.73
Service times	4.58	2.96	5.86	3.21	3.11



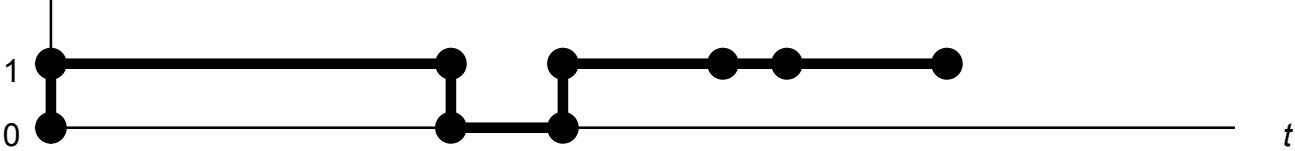
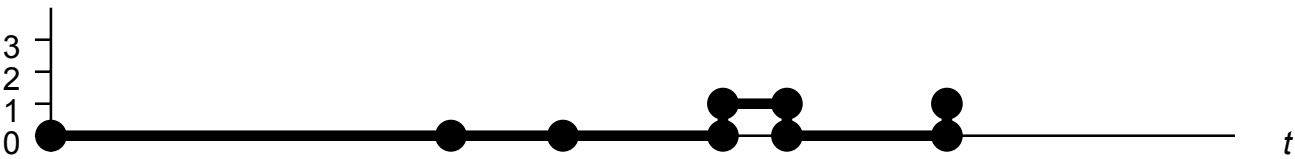
Sosirea piesei 3 la $t = 9.24$

System	Clock	$B(t)$	$Q(t)$	Timpul de sosire (Arrival times) al pieselor la coada	Calendarul evenimentelor
 	9.24	1	1	9.24	[2, 9.80, Dep] [4, 11.94, Arr] [-, 15.00, End]
Numarul pieselor ce au trecut prin coada 2	Timpul total petrecut la coada 0.00	Aria de sub curba $B(t)$ 6.98		Aria de sub curba $Q(t)$ 0.00	
Graficul $B(t)$					
Graficul $Q(t)$					
Interarrival times	6.84	2.40	2.70	2.59	0.73
Service times	4.58	2.96	5.86	3.21	3.11


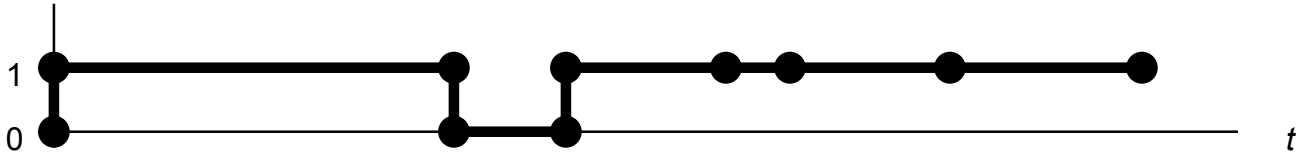
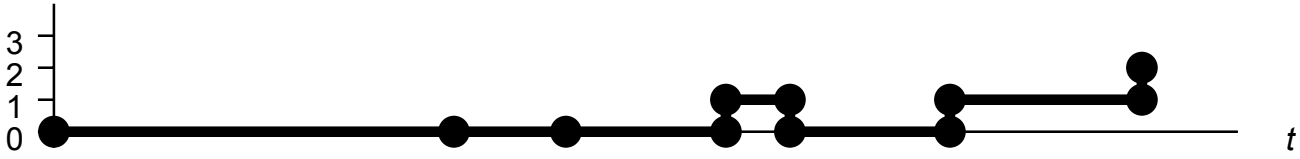
Plecarea piesei 2 la $t = 9.80$

System 	Clock 9.80	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 0	Timpul de sosire (Arrival times) al pieselor la coada <empty>	Calendarul evenimentelor [4, 11.94, Arr] [-, 15.00, End] [3, 15.66, Dep]
Numarul pieselor ce au trecut prin coada 3	Timpul total petrecut la coada 0.56		Aria de sub curba $B(t)$ 7.54		Aria de sub curba $Q(t)$ 0.56
Graficul $B(t)$					
Graficul $Q(t)$					
Interarrival times	6.84	2.40	2.70	2.59	0.73
Service times	4.58	2.96	5.86	3.21	3.11


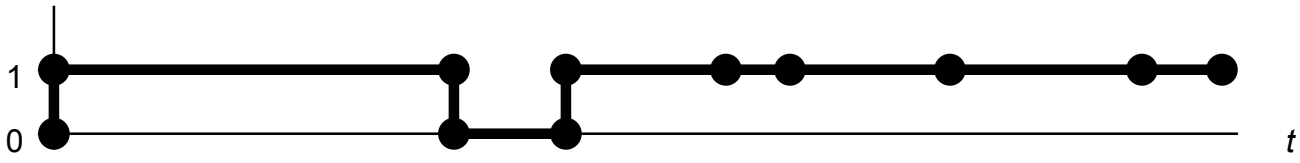
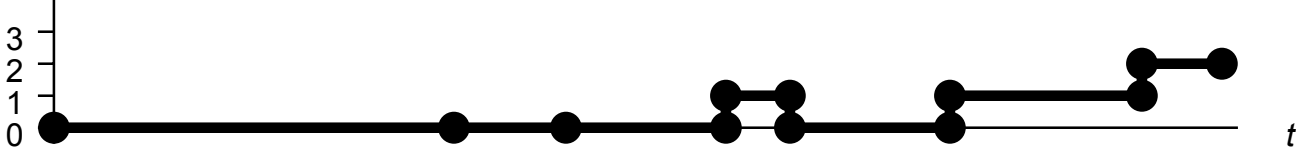
Sosirea piesei 4 la $t = 11.94$

System	Clock	$B(t)$	$Q(t)$	Timpul de sosire (Arrival times) al pieselor la coada	Calendarul evenimentelor
 	11.94	1	1	11.94	[5, 14.53, Arr] [-, 15.00, End] [3, 15.66, Dep]
Numarul pieselor ce au trecut prin coada 3	Timpul total petrecut la coada 0.56	Aria de sub curba $B(t)$ 9.68		Aria de sub curba $Q(t)$ 0.56	
Graficul $B(t)$					
Graficul $Q(t)$					
Interarrival times	6.84	2.40	2.70	2.59	0.73
Service times	4.58	2.96	5.86	3.21	3.11

Sosirea piesei 5 la $t = 14.53$

System 	Clock 14.53	$B(t)$ 1	$Q(t)$ 2	Timpul de sosire (Arrival times) al pieselor la coada 11.94, 14.53	Calendarul evenimentelor [-, 15.00, End] [6, 15.26, Arr] [3, 15.66, Dep]
Numarul pieselor ce au trecut prin coada 3	Timpul total petrecut la coada 0.56	Aria de sub curba $B(t)$ 12.27		Aria de sub curba $Q(t)$ 3.15	
Graficul $B(t)$					
Graficul $Q(t)$					
Interarrival times	6.84	2.40	2.70	2.59	0.73
Service times	4.58	2.96	5.86	3.21	3.11

Sf@r]it la $t = 15.00$

System	Clock	$B(t)$	$Q(t)$	Timpul de sosire (Arrival times) al pieselor la coada 11.94, 14.53	Calendarul evenimentelor [6, 15.26, Arr] [3, 15.66, Dep]
	14.53	1	2		
Numarul pieselor ce au trecut prin coada 3	Timpul total petrecut la coada 0.56	Aria de sub curba $B(t)$ 12.74	Aria de sub curba $Q(t)$ 4.09		
Graficul $B(t)$					
Graficul $Q(t)$					
Interarrival times	6.84 2.40 2.70 2.59 0.73				
Service times	4.58 2.96 5.86 3.21 3.11				

Calculul valorilor finale:

- **Timpul mediu de așteptare al pieselor la coadă:**

$$\frac{\textit{Timpul total la coada}}{\textit{Numarul de piese care au asteptat la coada}} = \frac{0.56}{3} = 0.19 \textit{ min / piesa}$$

- **Numărul mediu de piese care asteapta la coadă:**

$$\frac{\textit{Aria de sub curba } Q(t)}{\textit{Valoarea finala a timpului}} = \frac{4.09}{15} = 0.27 \textit{ piese}$$

- **Utilizarea masinii (a serverului)**

$$\frac{\textit{Aria de sub curba } B(t)}{\textit{Valoarea finala a timpului}} = \frac{12.74}{15} = 0.85$$

Tabloul complet pentru calculul direct al simulării

Evenimentul			Variabila		Atributul		Indicatorii statistici									Calendarul evenimentelor		
Entit Nr.	Timp t	Tipul even.	$Q(t)$	$B(t)$	Timpul de sosire: (la coada)	(la server)	P	N	ΣD	D^*	ΣF	F^*	$\int Q$	Q^*	$\int B$	[Entit. Nr., Timp, Tip]		
-	0.00	Init	0	0	()	—	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0	0.00	[1, 0.00, Arr]	[-, 15.00, End]	
1	0.00	Arr	0	1	()	<u>0.00</u>	0	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0	0.00	[1, 4.58, Dep]	[2, 6.84, Arr]	[-, 15.00, End]
1	4.58	Dep	0	0	()	—	1	1	0.00	0.00	4.58	4.58	0.00	0	4.58	[2, 6.84, Arr]	[-, 15.00, End]	
2	6.84	Arr	0	1	()	<u>6.84</u>	1	2	0.00	0.00	4.58	4.58	0.00	0	4.58	[3, 9.24, Arr]	[2, 9.80, Dep]	[-, 15.00, End]
3	9.24	Arr	1	1	(9.24)	<u>6.84</u>	1	2	0.00	0.00	4.58	4.58	0.00	1	6.98	[2, 9.80, Dep]	[4, 11.94, Arr]	[-, 15.00, End]
2	9.80	Dep	0	1	()	<u>9.24</u>	2	3	0.56	0.56	7.54	4.58	0.56	1	7.54	[4, 11.94, Arr]	[-, 15.00, End]	[3, 15.66, Dep]
4	11.94	Arr	1	1	(11.94)	<u>9.24</u>	2	3	0.56	0.56	7.54	4.58	0.56	1	9.68	[5, 14.53, Arr]	[-, 15.00, End]	[3, 15.66, Dep]
5	14.53	Arr	2	1	(14.53, 11.94)	<u>9.24</u>	2	3	0.56	0.56	7.54	4.58	3.15	2	12.27	[-, 15.00, End]	[6, 15.26, Arr]	[3, 15.66, Dep]
-	15.00	End	2	1	(14.53, 11.94)	<u>9.24</u>	2	3	0.56	0.56	7.54	4.58	4.09	2	12.74	[6, 15.26, Arr]	[3, 15.66, Dep]	